

Universitatea din Pitești
Școala Doctorală Inginerie Mecanică

CONTRIBUȚII LA STUDIUL MECANISMELOR CU CAME, SPECIFICE MOTOARELOR CU ARDERE INTERNĂ CE FUNCȚIONEZĂ DUPĂ CICLUL MILLER-ATKINSON

– Rezumat teză de doctorat –

Conducător științific:
Prof. univ. dr. habil ing. Nicolae-Doru STĂNESCU

Doctorand
Ing. Ionuț DRAGOMIR

Pitești
– 2019 –

CUPRINS

1. Introducere	6
1.1. Generalități	6
1.2. Aspecte teoretice caracteristice ciclurilor Miller-Atkinson	6
1.3. Stadiul actual al cercetărilor în domeniu	8
1.4. Scurt istoric privind activitatea științifică de cercetare în domeniul mecanismelor de distribuție desfășurată în cadrul Universității din Pitești	9
1.5. Marșul lui Jarvis	10
1.6. Obiectivele tezei de doctorat	10
2. Calculul deplasării unghiulare a tacheului	12
2.1. Cazul asimetric	12
2.1.1. Abordarea analitică	12
2.1.2. Abordarea geometrică	16
2.2. Cazul simetric	18
2.2.1. Abordarea geometrică	18
2.2.2. Abordarea analitică	22
2.3. Exemplificare numerică	26
2.4. Concluzii	32
3. Sinteza camei	33
3.1. Generalități	33
3.2. Profilul camei	34
3.3. Poziția inițială	35
3.4. Normarea rezultatelor	35
3.5. Simulare numerică	36
3.6. Discuții	38
3.7. Concluzii	39
4. Analiza camei	40
4.1. Generalități	40
4.2. Analiza	41
4.3. Normarea rezultatelor	43
4.4. Rezultate numerice	44
4.5. Concluzii	51
5. Came derivate	52
5.1. Formularea problemei	52
5.2. Determinarea noii legi de variație a deplasării supapei	52
5.3. Exemplu	53
5.4. Rezultate numerice	54

5.5 Concluzii	58
6. Prelucrarea camei	59
6.1. Generalități	59
6.2. Aproximarea cercului osculator	59
6.3. Poziția centrului sculei	60
6.4. Calculul erorii	61
6.5. Exemplu	
6.6. Traectoria sculei	62
6.7. Discuții	70
7. Concluzii. Contribuții originale. Direcții viitoare de studiu	72
7.1. Concluzii	72
7.2. Contribuții originale	73
7.3. Direcții viitoare de studiu	73
Bibliografie	75

LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE

1. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *Miller-Atkinson Internal Combustion Engine*, University of Pitești, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXII, no. 26, 2016, 58-63.
 Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *The Analysis of a Distribution Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, ACOUSTICS AND VIBRATION OF MECHANICAL STRUCTURES (AVMS-2017), Edited by: Herisanu, N; Marinca, V, Book Series: Springer Proceedings in Physics Volume: 198, 2018, 367-374, 10.1007/978-3-319-69823-6_43, 14th International Conference on Acoustics and Vibration of Mechanical Structures (AVMS) Location: Timișoara, ROMANIA Date: MAY 25-26, 2017, Publisher: SPRINGER-VERLAG BERLIN, HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, WOS:000437313600043, ISBN:978-3-319-69823-6; 978-3-319-69822-9, ISSN: 0930-8989, eISSN: 1867-4941.
2. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *Nonlinear Vibrations of a Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING VIBRATION (ICOEV 2017), Edited by: Manoach, E; Stoykov, S; Wiercigroch, M, Book Series: MATEC Web of Conferences, Volume: 148, Article Number: UNSP 13001, 2018, 10.1051/mateconf/201814813001, International Conference on Engineering Vibration (ICoEV) Location: Sofia, BULGARIA Date: SEP 04-07, 2017, Publisher: E D P SCIENCES, 17 AVE DU HOGGAR PARC D ACTIVITES COUTABOEUF BP 112, F-91944 CEDEX A, FRANCE, WOS: 000432193500061, ISSN: 2261-236X.
3. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., Pandrea N., *Synthesis of the Cam and Determination of the Reduced Angular Velocity and Acceleration of the Lever of a Distribution Mechanism for a Miller-Atkinson Cycle*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume: 60, Issue: 4, 2017, 639-648, WOS:000428901100029, ISSN: 1221-5872.
4. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Elements of Cam's Synthesis for a Distribution Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, International Congress of Automotive and Transport Engineering – Mobility Engineering and Environment (CAR2017), Book Series: IOP Conference Series-Materials Science and Engineering, Volume: 252, Article Number: UNSP 012074, 2017, 10.1088/1757-899X/252/1/012074, WOS: 000419817200074.
5. Dragomir I., Stănescu N.-D., *Determination of the Tool's Trajectory for the Manufacturing of the Profile of a Cam*, International Congress of Automotive and Transport Engineering AMMA2018 2018: Proceedings of the 4th International Congress of Automotive and Transport Engineering (AMMA 2018), Editors Nicolae Burnete, Bogdan Ovidiu Varga, 2018, 383-389, https://doi.org/10.1007/978-3-319-94409-8_44, Publisher Name: Springer, Cham, Print ISBN: 978-3-319-94408-1,
- 6.

Online ISBN: 978-3-319-94409-8.

7. Dragomir I., Stănescu N.-D., Clenci A., Popa D., *Recovery of a Real Cam by Using the Jarvis March*, Acta Technica Corviniensis, Tome IX, Fascicle 4, 2016, 27-30, ISSN, 2067-3809.
8. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *A Background of Variable Compression Ratio Engines*, University of Pitești, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXII, no. 26, 2016, 64-71.
9. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *The Transitory Vibrations for a Variable Compression Ratio Mechanism*, ACOUSTICS AND VIBRATION OF MECHANICAL STRUCTURES (AVMS-2017), Edited by: Herisanu, N; Marinca, V, Book Series: Springer Proceedings in Physics, Volume: 198, 2018, 375-380, 10.1007/978-3-319-69823-6_44, 14th International Conference on Acoustics and Vibration of Mechanical Structures (AVMS) Location: Timișoara, ROMANIA Date: MAY 25-26, Publisher: SPRINGER-VERLAG BERLIN, HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, WOS:000437313600044, ISBN:978-3-319-69823-6; 978-3-319-69822-9, ISSN: 0930-8989, eISSN: 1867-4941.
10. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *Influences of the Control on the Nonlinear Vibrations of a Variable Compression Ratio Mechanism*, INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING VIBRATION (ICOEV 2017), Edited by: Manoach, E; Stoykov, S; Wiercigroch, M, Book Series: MATEC Web of Conferences, Volume: 148, Article Number: UNSP 13002, 2018, 10.1051/mateconf/201814813002, International Conference on Engineering Vibration (ICoEV) Location: Sofia, BULGARIA Date: SEP 04-07, 2017, Publisher: E D P SCIENCES, 17 AVE DU HOGGAR PARC D ACTIVITES COUTABOEUF BP 112, F-91944 CEDEX A, FRANCE, WOS: 000432193500062, ISSN: 2261-236X.
11. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., Pandrea N., *Study of the Influence of Geometric Parameters on the Displacement of piston and Compression Ratio for a Variable Compression Ratio Mechanism*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume: 60, Issue: 4, 2017, 649-658, WOS:000428901100030, ISSN: 1221-5872.
12. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Aspects in the Synthesis of a Variable Compression Ratio Mechanism*, International Congress of Automotive and Transport Engineering – Mobility Engineering and Environment (CAR2017), Book Series: IOP Conference Series-Materials Science and Engineering, Volume: 252, Article Number: UNSP 012075, 10.1088/1757-899X/252/1/012075, WOS: 000419817200075.
13. Stănescu, N.-D., Dragomir, I., Clenci, A., Popa, D., *Synthesis of the cams using the Jarvis march*, University of Pitești, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXI, no. 25, 2015, 50-55.
14. Stănescu N.-D., Dragomir I., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Geometric Constraints at the Valve Actuation Mechanism with Spherical Contact Between the Lever and the Head of the Valve*, RoJAE, vol 23 no.2/June 2017,ISSN 2457-5275, WOS: 000409240700006.

Capitolul 1

INTRODUCERE

1.1. Generalități

Începând cu 01.09.2017, procedurile de omologare a emisiilor poluante au evoluat, în scopul evitării erorilor din trecut ce au condus la scandalul Diesel Gate. În acest sens ciclul NEDC (New European Driving Cycle) va fi înlocuit de ciclul WLTP (Worldwide harmonized Light vehicles Test Procedure), ce măsoară emisiile poluante în condiții reale de condus.

Noile standarde vor intra în vigoare treptat conform tabelului de mai jos:

Tabelul 1.1.1. Norme de poluare.

Norma	EURO 6B	EURO 6D temp	EURO 6C	EURO 6D
Data de aplicare	01.09.2014	01.09.2017	01.09.2018	01.09.2020
Ciclul de omologare	NEDC	WLTP		
Factor de conformitate NO _x RDE	-	2,1		1,5
Motoare cu aprindere prin scânteie (M.A.S.)				
HC [mg/km]	100			
NO _x [mg/km]	60			
CO [mg/km]	1			
Masă de particule pe kilometru	4,5			
Număr de particule pe kilometru	6x10 ¹²		6x10 ¹¹	

1.2. Aspecte teoretice caracteristice ciclurilor Miller-Atkinson

În anul 1886 inginerul britanic James Atkinson patentează [90] un motor cu aprindere prin scânteie căruia îi adaugă un mecanism complex care îi modifică ciclul de funcționare din Otto în Atkinson crescând randamentul mecanic.

Pentru a înțelege această modificare și a vedea câștigul de lucru mecanic în graficul de mai jos sunt prezentate comparativ cele două cicluri teoretice în coordonate $p - V$:

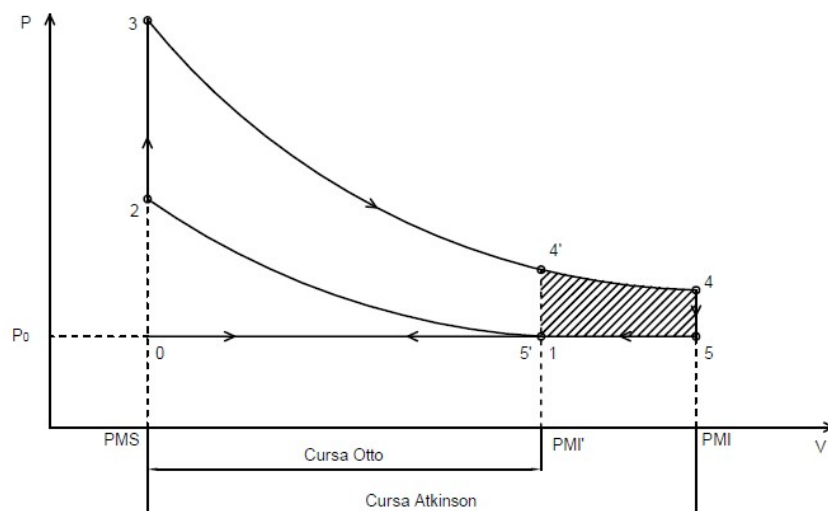


Fig. 1.2.1. Ciclurile teoretice Otto și Atkinson.

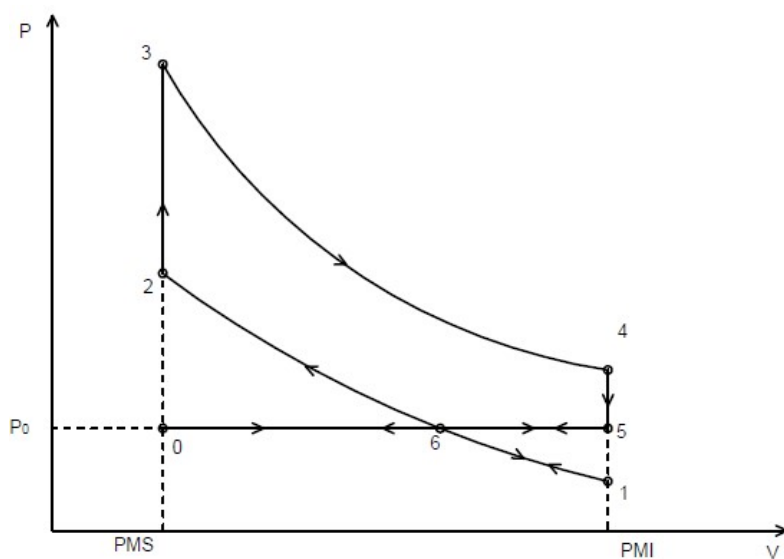


Fig. 1.2.2. Ciclul Miller.

În Figura 1.2.1, pe traseul 0-1-2-3-4'-5'-0 este reprezentat ciclul teoretic Otto, iar pe traseul 0-1-2-3-4-5-0 este reprezentat ciclul teoretic Atkinson.

Practic, J. Atkinson, prin motorul creat, reușește prelungirea destinderii obținând astfel un lucru mecanic util mai mare (zona hașurată din Figura 1.2.1).

În anul 1949 inginerul american Ralph Miller [91] reușește să obțină același lucru ca și J. Atkinson, însă într-un mod cu totul inovativ pentru acele vremuri. Invenția lui constă într-un mecanism ce este capabil să închidă cu avans sau întârziere supapa de admisie.

În graficul din Figura 1.2.2 este reprezentat ciclul obținut prin cele două metode, cunoscut astăzi drept ciclul Miller.

Pentru închiderea supapei de admisie cu avans se obține traseul 0-6-1-6-2-3-4-5-6-0. Putem observa că, atunci când supapa de admisie se închide cu avans, presiunea în cilindru scade până în punctul 1, creând un efect de resort pneumatic, segmentul 6-1 fiind anulat de segmentul 1-6, astfel diminuându-se pierderile prin pompaj.

Atunci când supapa de admisie este închisă cu întârziere, se obține traseul 0-6-5-6-2-3-4-5-6-0. În ambele situații lucrul mecanic util este reprezentat de zona 6-2-3-4-5-6.

1.3. Stadiul actual al cercetărilor în domeniu

Reducerea consumului de combustibil, în condițiile menținerii nealterate a performanțelor unui motor cu ardere internă, a reprezentat și reprezintă acum, mai mult decât oricând, un obiectiv necesar de atins de către toți constructorii de automobile, prin prisma reducerii nivelului de emisii poluante, odată cu înăsprirea normelor de poluare atât în Europa, cât și la nivel mondial.

Dacă, până în urmă cu câțiva ani, motorul cu aprindere prin comprimare era preferat datorită randamentului său crescut în comparație cu motorul cu aprindere prin scânteie, astăzi avantajele acestuia dispar pe fondul constrângerilor legislative recent apărute cu privire la reducerea drastică a emisiilor de particule și NO_x .

Se pune așadar problema, cel puțin în ceea ce privește echiparea cu motopropulsoare a gamei de automobile și vehicule ușoare ce urmează a fi comercializate în anii următori, ca aceasta să se concentreze din ce în ce mai mult posibil pe utilizarea motoarelor cu aprindere prin scânteie, ale căror performanțe pot fi îmbunătățite prin introducerea de noi soluții constructive, ușor de abordat, ce implică inclusiv modificarea modului de desfășurare a ciclului motor caracteristic, cu implicații favorabile asupra nivelului de emisii poluante ale motorului.

În acest cadru, una dintre soluțiile actualmente propuse a fi implementate în producția de serie de către constructori la nivel mondial, abordează posibilitatea adaptării sistemelor actuale de distribuție variabilă ce echipează motoarele cu aprindere prin scânteie la funcționarea după ciclul Miller, prin modificarea momentului de închidere al supapelor de admisie, cu avans (EIVC) sau întârziere (LIVC) față de PME de la sfârșitul cursei de admisie, în raport de valoarea standard a acestei faze, în scopul asigurării astfel, în mod indirect, a unei curse de destindere prelungite, cu toate avantajele ce decurg pe cale de consecință dintr-o astfel de abordare.

Așa cum s-a mai arătat și în cadrul paragrafului anterior, desfășurarea succesiunii de procese funcționale ale motorului direct după ciclul standard Atkinson ridică probleme importante în ceea ce privește asigurarea realizării unui mecanism motor suficient de fiabil, de natură a asigura o funcționare stabilă a acestuia. Utilizarea versiunii modificate a acestui ciclu, propuse de R. H. Miller, conduce la obținerea acelorași rezultate dorite, însă mult mai simplu, motorul funcționând în acest caz fără clapeta obturatoare specifică MAS-urilor, cu avantaje directe în ceea ce privește reducerea pierderilor pe diagrama de pompaj.

Întrucât funcționarea motorului după ciclul Miller presupune intervenția asupra momentului de închidere al supapei de admisie (SA), raportul util de comprimare obținut în această situație este mai mic decât cel geometric, atât în cazul închiderii cu avans a SA față de

PME cât și cu întârziere. Acest aspect are influență favorabilă asupra reducerii emisiilor de NO_x prin scăderea valorii presiunii maxime pe ciclu și implicit a temperaturii maxime din camera de ardere. Pentru a reface însă performanțele inițiale de putere ale motorului, acesta trebuie supraalimentat, fiind investigate atât versiuni cu supraalimentare mecanică, dar și turbosupraalimentate.

Cercetări privind posibilitatea funcționării motoarelor cu ardere internă utilizând ciclurile caracteristice Miller / Atkinson, în scopul reducerii emisiilor poluante cu menținerea performanțelor inițiale de putere și cuplu ale motorului, au fost publicate încă de acum mai bine de 25 de ani.

1.4. Scurt istoric privind activitatea științifică de cercetare în domeniul mecanismelor de distribuție desfășurată în cadrul Universității din Pitești

Domnul prof. dr. ing. Vasile Dumitrescu este cel care a deschis drumul importante activități de cercetare științifică în domeniul mecanismelor de distribuție din cadrul Universității din Pitești, fiind autorul a numeroase Certificate de inventator cu aplicare în optimizarea funcționării motoarelor cu ardere internă.

Un nume important ce și-a pus amprenta pe activitatea de cercetare științifică în domeniul mecanismelor de distribuție este domnul prof. dr. ing. Vasile Hara care a reușit să inventeze motoarele termice adaptative care erau capabile să își modifice înălțimea de ridicare a supapei de admisie dar și raportul de comprimare. În urma acestei activități de cercetare au rezultat 2 brevete [40] și [36].

Un alt nume important ce a marcat ultimul sfert de secol al activității de cercetare științifică în domeniul mecanismelor de distribuție desfășurată de Școala Doctorală de Inginerie Mecanică din cadrul Facultății de Mecanică și Tehnologie a Universității din Pitești este domnul prof. univ. emerit dr. ing. Nicolae Pandrea, membru al Academiei de Științe Tehnice din România și vicepreședinte al Secției Mecanică. În colaborare cu domnul prof. dr. ing. Vasile Hara a semnat un contract de cercetare științifică pe tema Determinării funcției de transmitere a mecanismului pentru reglarea cursei de ridicare a supapelor, între anii 1991 – 1993 [41].

Un alt rod al acestei colaborări îl reprezintă publicarea cărții Motoare termice adaptative [42] în anul 1995, unde sunt prezentate în detaliu mecanisme de reglare a înălțimii de ridicare a supapelor, a raportului de comprimare variabil, dar și sinteza analitică și analiza cinematică a mecanismelor de distribuție cu tchet curb pentru motoare cu admisie adaptivă.

Contribuții importante au fost aduse și de domnul prof. dr. ing. Dumitru Cristea care a propus o serie de soluții de mecanisme care au ca scop variația cursei de deschidere a supapelor motorului termic.

În anul 2008 doamna dr. ing. Claudia Mari Popa, sub îndrumarea domnului prof. univ. emerit dr. ing. Nicolae Pandrea, a publicat teza de doctorat „Contribuții la optimizarea constructivă a mecanismelor complexe cu came” ce dă o rezolvare analitică a problematicei optimizării mecanismelor complexe cu came în cazul în care camele au mișcare de rotație, iar tchetul mișcare de translație [79].

În anul 2011 domnul dr. ing. Adrian Claudiu Bîzîiac, sub îndrumarea domnului prof. dr. ing. Dumitru Cristea, a publicat teza de doctorat „Cercetări privind ameliorarea performanțelor energetice ale unui motor cu aprindere prin scânteie prin realizarea variației înălțimii de ridicare a supapelor de admisie” ce surprinde cele mai importate aspecte privind îmbunătățirea funcționării unui MAS în zona regimurilor cu frecvență mare în utilizare, prin intermediul distribuției variabile [3].

În anul 2012 domnul dr. ing. Stelian Mihalcea sub îndrumarea domnului prof. univ. emerit dr. ing. Nicolae Pandrea a publicat teza de doctorat „Contribuții la analiza cinematică, sinteza și optimizarea mecanismelor de distribuție cu variație continuă a înălțimii de ridicare a supapelor pentru MAI” ce dă un răspuns detaliat în ceea ce privește analiza cinematică, sinteza și optimizarea mecanismelor de distribuție variabilă în ansamblu [71].

Rezultatele obținute de cadrele didactice, doctoranzii și cercetătorii din cadrul Universității din Pitești s-au concretizat într-un număr mare de lucrări: [75], [6], [5], [9], [8], [19], [20], [82], [64], [84], [18], [63], [16], [61], [17], [62], [21], [15], [60], [86], [76], [77], [69], [83] etc.

1.5. Marșul lui Jarvis

Marșul lui Jarvis [51] este un algoritm prin care se determină acoperirea convexă a unei mulțimi plane finite de puncte.

În esență, marșul lui Jarvis constă în următoarele etape:

1. Alegerea unui punct inițial de pornire, despre care se cunoaște în mod sigur că aparține acoperirii convexe. Acest punct este fie dat prin enunțul problemei, fie se știe despre un anumit punct că trebuie să aparțină acoperirii convexe, fie este ales de programator. În lucrare acest punct este ales ca fiind cel mai din stânga (punctul de ordonată minimă) din mulțimea de puncte date. Dacă există mai multe puncte candidat, atunci se alege cel de coordonată maximă sau minimă.

2. Se determină un nou punct care aparține acoperirii convexe. Acest punct este unul din punctele nealese încă și care lasă toate punctele nealese de aceeași parte a dreptei formate de el și de ultimul punct ales (sau se găsesc pe această dreaptă). Dacă există mai multe puncte candidat, atunci se alege punctul cel mai depărtat de ultimul punct ales. În acest fel, acoperirea convexă va conține numărul minim de puncte. Evident, se poate alege și punctul cel mai apropiat de ultimul selectat, acoperirea convexă conținând acum numărul maxim de puncte.

3. Se repetă pasul precedent până când nu se mai poate alege niciun alt punct. Ultimul punct ales se unește cu primul rezultând acoperirea convexă a mulțimii de puncte date.

1.6. Obiectivele tezei de doctorat

Teza de doctorat are ca scop modificarea ciclului de funcționare a unui MAI cu adaptări constructive minime în Miller-Atkinson. Pentru aceasta, se va recurge la modificări la nivelul mecanismului de distribuție al motorului, modificări rezultate din analiza și sinteza camei de admisie a acestuia.

Obiectivele tezei de doctorat sunt:

- studiul soluțiilor similare pentru motoare care funcționează după ciclul Miller-Atkinson;
- analiza și sinteza unui mecanism de distribuție utilizat în practică;
- studiul unor noi variante (diferite de cea reală) de contact dintre rolă și capul supapei;
- transformarea camei rezultate prin sinteză într-o camă convexă;
- obținerea de came derivate din cama reală, came care să realizeze alte înălțimi de ridicare a supapei și alte unghiuri de deschidere/închidere a acesteia;
- realizarea camei rezultate prin sinteză folosind mecanismul real și compararea acesteia cu cama reală;
- implementarea mecanismului și pentru realizarea altor diagrame de variație a înălțimii de ridicare a supapei.

Capitolul 2

CALCULUL DEPLASĂRII UNGHIULARE A TACHETULUI

2.1. Cazul asimetric

2.1.1. Abordarea analitică

Schema de lucru este dată în Fig. 2.1.1.

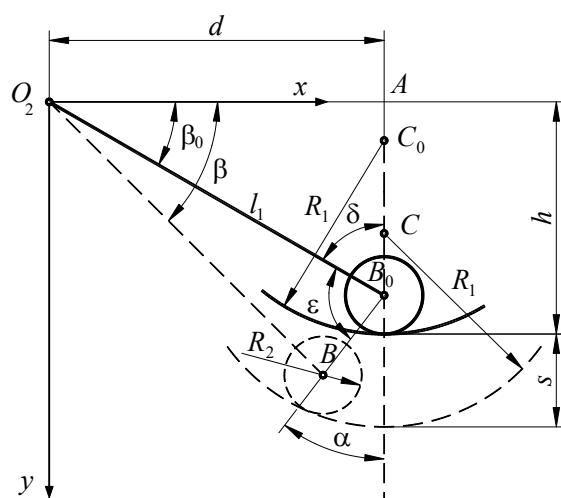


Fig. 2.1.1. Cazul asimetric, abordarea analitică.

Bara O_2B de lungime l_1 are atașată la capătul ei o rolă de rază R_2 . În poziția inițială, unghiul dintre bara O_2B (notată acum O_2B_0) și direcția orizontală este egal cu β_0 . Acest unghi se consideră cunoscut. Rola de rază R_2 se găsește în contact permanent cu capătul supapei care este considerat o suprafață cilindrică de rază R_1 . Centrul cercului de intersecție al

acestui cilindru cu planul O_2xy este situat mereu la distanța d față de axa O_2y . Notăm centrul acestui cerc cu C (în poziție inițială C_0). În plus, distanța d este considerată cunoscută. Supapa se deplasează în direcția axei O_2y cu distanța s . În acest fel, bara O_2B se rotește în jurul punctului O_2 pornind de la unghiul β_0 (poziția inițială) și ajungând la unghiul β (poziția curentă).

Sistemul mecanic de mai sus trebuie să asigure deplasarea maximă $s_{\max}$ a supapei.

Se obține ecuația neliniară

$$\begin{aligned} & \left\{ 2x_c(l_1 \sin \beta - y_c)^2 + (l_1 \cos \beta - x_c)[A_3 - 2y_c(l_1 \sin \beta - y_c)] \right\} \\ & - (l_1^2 + x_c^2 + y_c^2 - 2l_1x_c \cos \beta - 2l_1y_c \sin \beta) \\ & \times \left\{ 4x_c^2(l_1 \sin \beta - y_c)^2 + [A_3 - 2y_c(l_1 \sin \beta - y_c)]^2 - 4R_1^2(l_1 \sin \beta - y_c) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

de unde se determină unghiul β .

Vom nota

$$D_1 = 2x_c(l_1 \sin \beta - y_c)^2, \quad (2.1.22a)$$

$$D_2 = (l_1 \cos \beta - x_c)[A_3 - 2y_c(l_1 \sin \beta - y_c)], \quad (2.1.22b)$$

$$D_3 = l_1^2 + x_c^2 + y_c^2 - 2l_1x_c \cos \beta - 2l_1y_c \sin \beta, \quad (2.1.22c)$$

$$D_4 = 4x_c^2(l_1 \sin \beta - y_c)^2, \quad (2.1.22d)$$

$$D_5 = A_3 + 2y_c(l_1 \sin \beta + y_c), \quad (2.1.22e)$$

$$D_6 = 4R_1^2(l_1 \sin \beta - y_c), \quad (2.1.22f)$$

ecuația (2.1.21) devenind

$$(D_1 + D_2)^2 - D_3(D_4 + D_5 - D_6) = 0 \quad (2.1.23)$$

sau

$$f(y_c, \beta) = 0. \quad (2.1.24)$$

Din teorema funcțiilor implicite avem

$$\frac{dy_c}{d\beta} = - \frac{\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta}}{\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c}} \quad (2.1.25)$$

și de aici rezultă

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_c}{d\beta^2} &= \frac{d}{d\beta} \left(\frac{dy_c}{d\beta} \right) \\ &= - \frac{\frac{d}{d\beta} \left(\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta} \right) \frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c} - \frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta} \frac{d}{d\beta} \left(\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c} \right)}{\left[\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c} \right]^2}, \end{aligned} \quad (2.1.26)$$

Formulele $\frac{ds}{d\beta}$ și $\frac{d^2 s}{d\beta^2}$ ne dau viteza redusă și, respectiv accelerația redusă a supapei în funcție de unghiul de rotație a barei O_2B .

Mai mult, se pot obține și relații de forma

$$\frac{d\beta}{dy_c} = - \frac{\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c}}{\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta}} = \frac{1}{\frac{dy_c}{d\beta}}, \quad (2.1.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \beta}{dy_c^2} &= \frac{d}{dy_c} \left(\frac{1}{\frac{dy_c}{d\beta}} \right) \\ &= - \frac{\frac{d}{dy_c} \left(\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c} \right) \frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta} - \frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial y_c} \frac{d}{dy_c} \left(\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta} \right)}{\left[\frac{\partial f(y_c, \beta)}{\partial \beta} \right]^2}, \end{aligned} \quad (2.1.48)$$

care ne dau viteza unghiulară redusă, respectiv accelerația unghiulară redusă a barei O_2B .

Unghiul de rotație $\beta_{\max}$ corespunde valorii maxime a cotei y_c , ceea ce este echivalent cu a spune că acestui unghi îi corespunde deplasarea maximă a supapei $s_{\max}$.

La o valoare oarecare a deplasării s (sau, echivalent, a cotei y_c) ecuația (2.1.21) are exact două soluții în intervalul $[0...90]^\circ$ pentru unghiul β , așa cum se poate vedea cu ușurință din Fig. 2.1.2. Evident, soluția convenabilă este cea corespunzătoare unghiului β_1 .

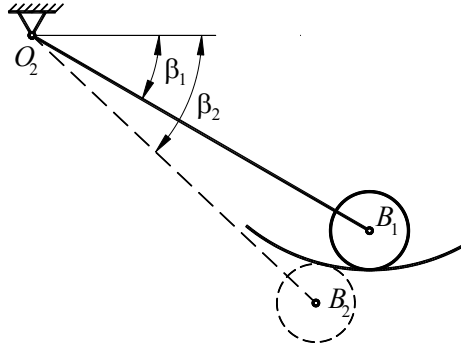


Fig. 2.1.2. Valori posibile pentru unghiul β .

Un caz particular important este cel în care raza R_1 are o valoare infinită ($R_1 = \infty$, capul supapei este unul plan) (Fig. 2.1.3). Se obține

$$l_1 \sin \beta = l_1 \sin \beta_0 + s, \quad (2.1.49)$$

de unde

$$\beta = \arcsin\left(\frac{l_1 \sin \beta_0 + s}{l_1}\right). \quad (2.1.50)$$

Din expresia (2.1.49) mai găsim

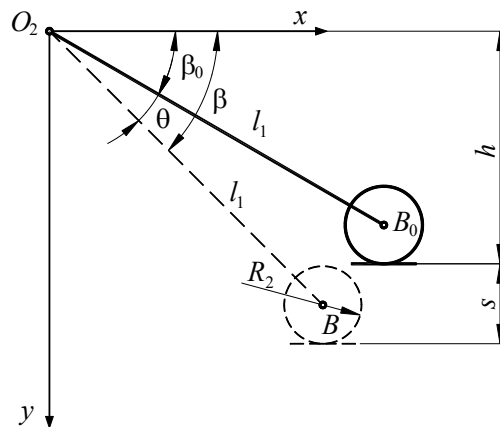


Fig. 2.1.3. Cazul capului plan de supapă.

$$\frac{ds}{d\beta} = l_1 \cos \beta, \quad \frac{d^2 s}{d\beta^2} = -l_1 \sin \beta \quad (2.1.51)$$

sau, echivalent,

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(l_1 \sin \beta_0 + s)^2}{l_1^2}}} = \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 - (l_1 \sin \beta_0 + s)^2}}, \quad (2.1.52a)$$

$$\frac{d^2 \beta}{ds^2} = \left[l_1^2 - (l_1 \sin \beta_0 + s)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} (l_1 \sin \beta_0 + s). \quad (2.1.52b)$$

2.1.2. Abordarea geometrică

Schema de calcul este dată în Fig. 2.1.4.

Notăm cu B' proiecția punctului B pe direcția de deplasare a supapei, cu α unghiul format de segmentul BB_0 cu direcția de deplasare a supapei și cu $\tilde{\alpha}$ unghiul format de segmentul BC cu aceeași direcție de deplasare a supapei.

Să notăm cu $f(\theta)$ funcția

$$f(\theta) = -s + l_1 [\sin(\theta + \beta_0) - \sin \beta_0] + (R_1 - R_2)(1 - \cos \tilde{\alpha}). \quad (2.1.70)$$

Rezultă imediat

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= \frac{df(\theta)}{d\theta} = l_1 \cos(\theta + \beta_0) + (R_1 - R_2) \sin \tilde{\alpha} \frac{d\tilde{\alpha}}{d\theta} \\ &= l_1 \cos(\theta + \beta_0) + l_1 \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \sin(\theta + \beta_0) \end{aligned} \quad (2.1.71)$$

și cum

$$\operatorname{tg} \tilde{\alpha} \sin(\theta + \beta_0) + \cos(\theta + \beta_0) = \frac{\sin \tilde{\alpha}}{\cos \tilde{\alpha}} \sin(\theta + \beta_0) + \cos(\theta + \beta_0) = \frac{\cos(\beta_0 + \theta - \tilde{\alpha})}{\cos \tilde{\alpha}}, \quad (2.1.72)$$

se obține exprimarea

$$f'(\theta) = \frac{l_1}{\cos \tilde{\alpha}} \cos(\beta_0 + \theta - \tilde{\alpha}). \quad (2.1.73)$$

Ecuția $f(\theta) = 0$ se poate rezolva cu metoda Newton, astfel că

$$\theta_{nou} = \theta_{vechi} - \frac{f(\theta_{vechi})}{f'(\theta_{vechi})}, \quad (2.1.74)$$

condiția de oprire fiind

$$|\Delta\theta| = |\theta_{nou} - \theta_{vechi}| = \left| \frac{f(\theta_{vechi})}{f'(\theta_{vechi})} \right| < \varepsilon, \quad (2.1.75)$$

cu ε a priori dat (eroarea admisibilă pentru θ).

În cazul în care capul supapei este unul plat, atunci se poate considera $R_1 = \infty$ și rezultă

$$\begin{aligned} (R_1 - R_2)(1 - \cos \tilde{\alpha}) &= (R_1 - R_2) \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{l_1^2 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]^2}{(R_1 - R_2)^2}} \right\} \\ &= (R_1 - R_2) \frac{1 - 1 + \frac{l_1^2 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]^2}{(R_1 - R_2)^2}}{1 + \sqrt{1 - \frac{l_1^2 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]^2}{(R_1 - R_2)^2}}} \\ &= \frac{l_1^2 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]^2}{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 - l_1^2 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]^2}}, \end{aligned} \quad (2.1.76)$$

astfel că

$$\lim_{R_1 \rightarrow \infty} (R_1 - R_2)(1 - \cos \tilde{\alpha}) = 0 \quad (2.1.77)$$

și deci

$$s = l_1 [\sin(\theta + \beta_0) - \sin \beta_0]. \quad (2.1.78)$$

Să mai observăm că, prin diferențiere, obținem

$$\begin{aligned} \frac{ds}{d\theta} &= l_1 \cos(\theta + \beta_0) + (R_1 - R_2) \sin \tilde{\alpha} \frac{d\tilde{\alpha}}{d\theta} = l_1 \cos(\theta + \beta_0) + l_1 \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \sin(\theta + \beta_0) \\ &= \frac{l_1}{\cos \tilde{\alpha}} \cos(\theta + \beta_0 - \tilde{\alpha}), \end{aligned} \quad (2.1.79)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2s}{d\theta^2} &= \frac{d}{d\theta} \left(\frac{ds}{d\theta} \right) = \frac{l_1}{\cos \tilde{\alpha}} \sin(\theta + \beta_0 - \tilde{\alpha}) + \frac{l_1 \sin \tilde{\alpha} \cos(\theta + \beta_0 - \tilde{\alpha})}{\cos^2 \tilde{\alpha}} \\ &= \frac{l_1}{\cos \tilde{\alpha}} [\sin(\theta + \beta_0 - \tilde{\alpha}) \cos \tilde{\alpha} + \sin \tilde{\alpha} \cos(\theta + \beta_0 - \tilde{\alpha})] = \frac{l_1}{\cos \tilde{\alpha}} \sin(\theta + \beta_0), \end{aligned} \quad (2.1.80)$$

expresii care ne dau viteza redusă și accelerația redusă a supapei.

$$\begin{aligned}
s &= R_1 \cos \tilde{\alpha}_0 - R_1 \cos \tilde{\alpha} + \tilde{d} \cos \alpha \\
&= R_1 \cos \tilde{\alpha}_0 - R_1 \cos \tilde{\alpha} + 2l_1 \cos \alpha \sin\left(\frac{\theta}{2}\right).
\end{aligned} \tag{2.2.4}$$

În relațiile de mai sus

$$\tilde{\alpha}_0 = \arcsin\left(\frac{d_2}{R_1}\right). \tag{2.2.5}$$

Să observăm că dimensiunea d_2 nu este cunoscută de la început, dar se cunoaște deplasarea maximă a supapei $s_{\max}$.

Simetria implică relația

$$\tilde{\alpha}_{final} = -\tilde{\alpha}_0 \tag{2.2.6}$$

și cum

$$\sin \tilde{\alpha} = \frac{d_2 - 2l_1 \sin \alpha \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{R_1}, \tag{2.2.7}$$

se obține exprimarea

$$\sin \tilde{\alpha}_{final} = \frac{d_2 - 2l_1 \sin \alpha \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{R_1}, \tag{2.2.8}$$

de unde rezultă

$$\frac{d_2 - 2l_1 \sin \alpha \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{R_1} = -\frac{d_2}{R_1}. \tag{2.2.9}$$

Ținând seama că $\alpha = \beta_0 + \frac{\theta}{2}$, relația (2.2.10) capătă forma echivalentă

$$d_2 - 2l_1 \sin\left(\beta_0 + \frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = -d_2, \tag{2.2.10}$$

adică

$$2d_2 = 2l_1 \sin\left(\beta_0 + \frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = l_1 [\cos \beta_0 - \cos(\theta + \beta_0)]. \tag{2.2.11}$$

Din ultima relațiile se obțin expresiile succesive

$$l_1 \cos \beta_0 - 2d_2 = l_1 \cos(\theta + \beta_0), \quad (2.2.12)$$

$$\cos(\theta + \beta_0) = \frac{l_1 \cos \beta_0 - 2d_2}{l_1}, \quad (2.2.13)$$

de unde

$$\theta_{final} = \arccos\left(\frac{l_1 \cos \beta_0 - 2d_2}{l_1}\right) - \beta_0. \quad (2.2.14)$$

Pe de altă parte,

$$l_1 \cos \beta_0 = d_1 + d_2 \quad (2.2.15)$$

și relația (2.2.14) ia forma

$$\theta_{final} = \arccos\left(\frac{d_1 - d_2}{l_1}\right) - \beta_0. \quad (2.2.16)$$

Așa cum am precizat, lungimea d_2 nu este cunoscută. Ea se determină cu ajutorul algoritmului de mai jos:

Pas 0. Se cunosc valorile R_1 , R_2 , d_1 , ε (eroarea admisă);

Pas 1. Se inițializează d_2 cu o valoare mică $(d_2)_0$;

Pas 2. Se calculează succesiv

$$\beta_0 = \arccos\left(\frac{d_1 + d_2}{l_1}\right), \quad (2.2.17)$$

$$\tilde{\alpha}_0 = \arcsin\left(\frac{d_2}{R_1}\right), \quad (2.2.18)$$

$$\theta_{final} = \arccos\left(\frac{d_1 - d_2}{l_1}\right) - \beta_0, \quad (2.2.19)$$

$$\tilde{d} = 2l_1 \sin\left(\frac{\theta_{final}}{2}\right), \quad (2.2.20)$$

$$\alpha_{final} = \beta_0 + \frac{\theta_{final}}{2}, \quad (2.2.21)$$

$$\sin \tilde{\alpha}_{final} = \frac{d_2 - \tilde{d} \sin \alpha_{final}}{l_1}, \quad (2.2.22)$$

$$s = R_1 \cos \tilde{\alpha}_0 - R_1 \cos \tilde{\alpha}_{final} + 2l_1 \cos \alpha_{final} \sin\left(\frac{\theta_{final}}{2}\right), \quad (2.2.23)$$

$$\Delta = s - s_{\max}; \quad (2.2.24)$$

Pas 3. Dacă $|\Delta| < \varepsilon$,

atunci a fost găsită valoarea d_2 ;

altfel $d_2 \mapsto d_2 + \Delta d_2$, unde Δd_2 este incrementul de creștere a valorii d_2 și se reia

Pas 2.

Precizia algoritmului crește dacă valoarea Δd_2 este una mică și se înlocuiește condiția $|\Delta| < \varepsilon$ cu condiția Δ schimbă semnul.

Mai găsim

$$\begin{aligned} \frac{ds}{d\theta} &= \frac{R_1 \sin \tilde{\alpha} \left(-\frac{l_1}{R_1} \right) \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right)}{\cos \tilde{\alpha}} - l_1 \sin \alpha \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + l_1 \cos \alpha \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ &= -l_1 \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + l_1 \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.2.30)$$

Se obține în continuare

$$\begin{aligned} \frac{d^2s}{d\theta^2} &= -l_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \tilde{\alpha}) \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) \frac{d\tilde{\alpha}}{d\theta} - l_1 \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) \frac{d\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right)}{d\theta} \\ &\quad - l_1 \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) \frac{d\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right)}{d\theta} \\ &= \frac{l_1^2}{R_1} \frac{(1 + \operatorname{tg} \tilde{\alpha}) \sin^2\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right)}{\cos \tilde{\alpha}} - l_1 \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - l_1 \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.2.31)$$

Expresiile (2.2.30) și (2.2.31) ne dau viteza redusă, respectiv accelerația redusă a supapei.

A rezultat

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\frac{ds}{d\theta}}. \quad (2.2.36)$$

Derivând încă o dată în raport cu s , rezultă

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{ds^2} &= \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{\frac{ds}{d\theta}} \right) = - \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^{-2} \frac{d}{ds} \left(\frac{ds}{d\theta} \right) = - \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^{-2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{ds}{d\theta} \right) \frac{d\theta}{ds} \\ &= - \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^{-2} \frac{d^2s}{d\theta^2} \frac{d\theta}{ds} = - \frac{1}{\left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2} \frac{d^2s}{d\theta^2} \frac{1}{\frac{ds}{d\theta}} = - \frac{\frac{d^2s}{d\theta^2}}{\left(\frac{ds}{d\theta} \right)^3}. \end{aligned} \quad (2.2.37)$$

Relațiile (2.2.36) și (2.2.37) ne oferă viteza unghiulară redusă și accelerația unghiulară redusă a culbutorului.

2.2.2. Abordarea analitică

Notând

$$A_i = 2(x_{C_0} - x_{B_0}), \quad (2.2.46a)$$

$$B_i = 2(y_{C_0} + R_1 - y_{B_0}), \quad (2.2.46b)$$

$$C_i = -(x_{B_0} + x_{C_0})(x_{C_0} - x_{B_0}) - (y_{B_0} + y_{C_0} + R_1)(y_{C_0} + R_1 - y_{B_0}) - R_2^2 + R_1^2, \quad (2.2.46c)$$

și

$$D_i = 1 + \left(\frac{A_i}{B_i} \right)^2, \quad (2.2.52a)$$

$$E_i = x_{B_0} + \frac{A_i}{B_i} \left(\frac{C_i}{B_i} - y_{B_0} \right), \quad (2.2.52b)$$

$$F_i = x_{B_0}^2 + \left(\frac{C_i}{B_i} - y_{B_0} \right)^2 - R_2^2 \quad (2.2.52c)$$

rezultă

$$D_i x^2 - 2E_i x + F_i = 0. \quad (2.2.53)$$

Condiția de tangență a celor două cercuri impune ca ecuația de gradul al doilea în x (ecuația (2.2.53)) să aibă o unică soluție reală, ceea ce se transpune în relația

$$\Delta_i = E_i^2 - D_i F_i = 0. \quad (2.2.54)$$

Ecuația (2.2.54) este o ecuație neliniară în necunoscutele d_2 și s_0 .

Procedând analog, se obține a doua ecuație neliniară în necunoscutele d_2 și s_0 ,

$$\Delta_f = E_f^2 - D_f F_f = 0, \quad (2.2.55)$$

cu

$$D_f = 1 + \left(\frac{A_f}{B_f} \right)^2, \quad (2.2.56a)$$

$$E_f = x_B + \frac{A_f}{B_f} \left(\frac{C_f}{B_f} - y_B \right), \quad (2.2.56b)$$

$$F_f = x_B^2 + \left(\frac{C_f}{B_f} - y_B \right)^2 - R_2^2, \quad (2.2.56c)$$

$$A_f = 2(x_C - x_B), \quad (2.2.57a)$$

$$B_f = 2(y_C + R_1 - y_B), \quad (2.2.57b)$$

$$C_f = -(x_B + x_C)(x_C - x_B) - (y_B + y_C + R_1)(y_C + R_1 - y_B) - R_2^2 + R_1^2. \quad (2.2.57c)$$

Ecuațiile (2.2.54) și (2.2.55) formează un sistem de două ecuații neliniare cu două necunoscute (s_0 și d_2) care se rezolvă prin metode numerice.

Să notăm cu $\mathbf{F}(s_0, d_2)$ funcția vectorială de variabilă vectorială

$$\mathbf{F}(s_0, d_2) = \begin{bmatrix} \Delta_i(s_0, d_2) \\ \Delta_f(s_0, d_2) \end{bmatrix}, \quad (2.2.58)$$

al cărei Jacobian are exprimarea

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta_i(s_0, d_2)}{\partial s_0} & \frac{\partial \Delta_i(s_0, d_2)}{\partial d_2} \\ \frac{\partial \Delta_f(s_0, d_2)}{\partial s_0} & \frac{\partial \Delta_f(s_0, d_2)}{\partial d_2} \end{bmatrix}, \quad (2.2.59)$$

de unde rezultă

$$[\mathbf{J}]^{-1} = \frac{1}{\frac{\partial \Delta_i}{\partial s_0} \frac{\partial \Delta_f}{\partial d_2} - \frac{\partial \Delta_i}{\partial d_2} \frac{\partial \Delta_f}{\partial s_0}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta_f}{\partial d_2} & -\frac{\partial \Delta_i}{\partial d_2} \\ -\frac{\partial \Delta_f}{\partial s_0} & \frac{\partial \Delta_i}{\partial s_0} \end{bmatrix}. \quad (2.2.60)$$

Notând vectorul necunoscutelor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} s_0 \\ d_2 \end{bmatrix}, \quad (2.2.61)$$

prin aplicarea metodei Newton se obține valoarea vectorului $\mathbf{x}$ la pasul $p+1$, notat $\mathbf{x}^{(p+1)}$, în funcție de valoarea aceluiași vector $\mathbf{x}$ la pasul p ,

$$\mathbf{x}^{(p+1)} = \mathbf{x}^{(p)} - [\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(p)})]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(p)}) \quad (2.2.62)$$

sau, într-o formă extinsă,

$$\begin{bmatrix} s_0^{(p+1)} \\ d_2^{(p+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_0^{(p)} \\ d_2^{(p)} \end{bmatrix} - \frac{1}{\frac{\partial \Delta_i}{\partial s_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} \frac{\partial \Delta_f}{\partial d_2} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} - \frac{\partial \Delta_i}{\partial d_2} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} \frac{\partial \Delta_f}{\partial s_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}}}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta_f}{\partial d_2} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} & -\frac{\partial \Delta_i}{\partial d_2} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} \\ -\frac{\partial \Delta_f}{\partial s_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} & \frac{\partial \Delta_i}{\partial s_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(p)}} \end{bmatrix}. \quad (2.2.63)$$

Pentru o poziție arbitrară caracterizată de deplasarea s a capului supapei și unghiul de rotație θ , coordonatele punctelor B și C se scriu

$$x_B = l_1 \cos(\theta + \beta_0), \quad y_B = l_1 \sin(\theta + \beta_0), \quad (2.2.64)$$

$$x_C = d_1, \quad y_C = -s_0 + s. \quad (2.2.65)$$

Avem

$$A = 2(x_C - x_B) = 2[d_1 - l_1 \cos(\theta + \beta_0)], \quad (2.2.66)$$

$$B = 2(y_C + R_1 - y_B) = 2[-s_0 + s + R_1 - l_1 \sin(\theta + \beta_0)], \quad (2.2.67)$$

$$\begin{aligned} C &= x_B^2 - x_C^2 - (y_C + R_1)^2 + y_B^2 - R_2^2 + R_1^2 \\ &= l_1^2 - d_1^2 - (-s_0 + s + R_1)^2 - R_2^2 + R_1^2, \end{aligned} \quad (2.2.68)$$

$$D = 1 + \left(\frac{A}{B} \right)^2 = 1 + \left[\frac{d_1 - l_1 \cos(\theta + \beta_0)}{-s_0 + s + R_1 - l_1 \sin(\theta + \beta_0)} \right]^2, \quad (2.2.69)$$

$$E = x_B + \frac{A}{B} \left(\frac{C}{B} - y_B \right) = l_1 \cos(\theta + \beta_0) + \frac{d_1 - l_1 \cos(\theta + \beta_0)}{-s_0 + s + R_1 - l_1 \sin(\theta + \beta_0)} \\ \times \left\{ \frac{l_1^2 - d_1^2 - (-s_0 + s + R_1)^2 - R_2^2 + R_1^2}{2[-s_0 + s + R_1 - l_1 \sin(\theta + \beta_0)]} - l_1 \sin(\theta + \beta_0) \right\}, \quad (2.2.70)$$

$$F = x_B^2 + \left(\frac{C}{B} - y_B \right)^2 - R_2^2 \\ = l_1^2 \cos^2(\theta + \beta_0) \left\{ \frac{l_1^2 - d_1^2 - (-s_0 + s + R_1)^2 - R_2^2 + R_1^2}{2[-s_0 + s + R_1 - l_1 \sin(\theta + \beta_0)]} - l_1 \sin(\theta + \beta_0) \right\} - R_2^2, \quad (2.2.71)$$

$$\Delta(s, \beta) = E^2 - DF = 0. \quad (2.2.72)$$

Rezultă exprimările de mai jos

$$\frac{ds}{d\beta} = - \frac{\frac{\partial \Delta}{\partial \beta}}{\frac{\partial \Delta}{\partial s}}, \quad (2.2.73a)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = - \frac{\frac{\partial \Delta}{\partial s}}{\frac{\partial \Delta}{\partial \beta}}, \quad (2.2.73b)$$

$$\frac{d^2 s}{d\beta^2} = - \frac{\frac{d}{d\beta} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \Delta}{\partial s} - \frac{\partial \Delta}{\partial \beta} \frac{d}{d\beta} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial s} \right)}{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial s} \right)^2}, \quad (2.2.74a)$$

$$\frac{d^2 \beta}{ds^2} = - \frac{\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial s} \right) \frac{\partial \Delta}{\partial \beta} - \frac{\partial \Delta}{\partial s} \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial \beta} \right)}{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial \beta} \right)^2}. \quad (2.2.74b)$$

Prima relație (2.2.73) și prima relație (2.2.74) ne dau viteza redusă, respectiv accelerația redusă a supapei, în timp ce a doua relație (2.2.73) și a doua relație (2.2.74) ne oferă viteza unghiulară redusă, respectiv accelerația unghiulară redusă a culbutorului.

2.3. Exemplificare numerică

Pentru exemplificare au fost selectate două legi de deplasare a supapei:

$$s_1(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \varphi \in [0, \varphi_1], \\ s_{\max} \sin^2\left(\frac{90(\varphi - \varphi_1)}{\varphi_2 - \varphi_1}\right) & \text{pentru } \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2], \\ h & \text{pentru } \varphi \in (\varphi_2, \varphi_3), \\ s_{\max} \sin^2\left(\frac{90(\varphi + \varphi_4 - 2\varphi_3)}{\varphi_4 - \varphi_3}\right) & \text{pentru } \varphi \in [\varphi_3, \varphi_4], \\ 0 & \text{pentru } \varphi \in (\varphi_4, 360], \end{cases}$$

$$s_2(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \varphi \in [0, \varphi_1], \\ s_{\max} \frac{(\varphi - \varphi_1)^2 (\varphi - 2\varphi_2 + \varphi_1)^2}{(\varphi_2 - \varphi_1)^4} & \text{pentru } \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2], \\ h & \text{pentru } \varphi \in (\varphi_2, \varphi_3), \\ s_{\max} \frac{(\varphi - \varphi_4)^2 (\varphi - 2\varphi_3 + \varphi_4)^2}{(\varphi_3 - \varphi_4)^2} & \text{pentru } \varphi \in [\varphi_3, \varphi_4], \\ 0 & \text{pentru } \varphi \in (\varphi_4, 360]. \end{cases}$$

Pentru studiul numeric s-au considerat valorile: $l_1 = 0,05 \text{ m}$, $R_1 = 0,025 \text{ m}$, $R_2 = 0,005 \text{ m}$, $\beta_0 = 30^\circ$, $s_{\max} = 0,012 \text{ m}$; unghiurile arborelui cu came de deschidere, de deschidere completă, de închidere, respective de închidere completă a supapei sunt: $\varphi_1 = 80^\circ$, $\varphi_2 = 100^\circ$, $\varphi_3 = 200^\circ$, $\varphi_4 = 220^\circ$; pasul iterațiilor $\Delta\varphi = 0,1^\circ$; viteza unghiulară a arborelui cu came $\omega = 40\pi \text{ rad/s}$.

Influența diversilor parametri a fost studiată prin varierea lor astfel: $\varphi_1 = 85^\circ$, $\varphi_2 = 95^\circ$, $\varphi_3 = 205^\circ$, $\varphi_4 = 215^\circ$, $l_1 = 0,06 \text{ m}$, $s_{\max} = 0,018 \text{ m}$, $\beta_0 = 60^\circ$, $R_1 = 0,028 \text{ m}$, $R_2 = 0,006 \text{ m}$. Influența unui parametru se determină prin atribuirea noii valori acestuia, restul parametrilor rămânând neschimbați.

În plus, a fost reprezentată și variația Vitezei relative deoarece aceasta este o măsură a uzurii pieselor aflate în contact.

Diagramele de variație sunt trasate în figurile de mai jos.

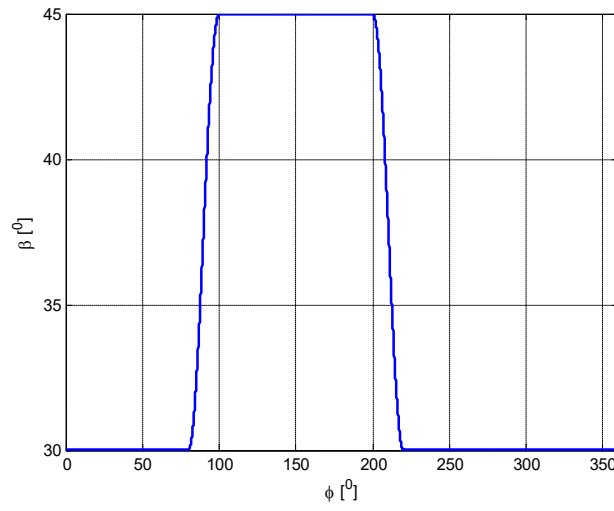


Fig. 2.3.1. Variația $\beta = \beta(\varphi)$, parametrii normali, $s = s_1(\varphi)$.

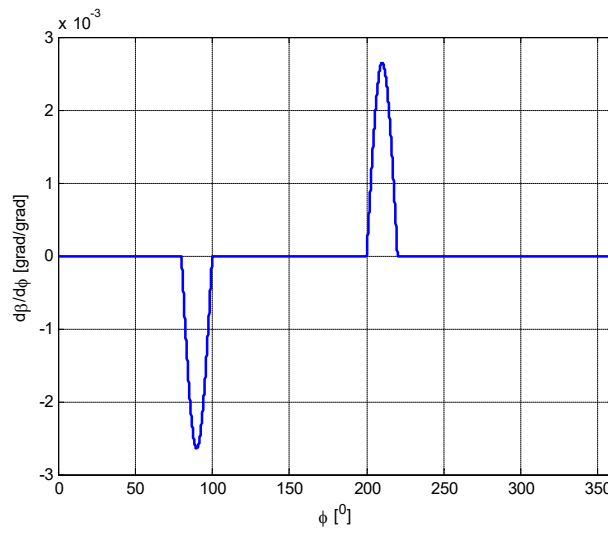


Fig. 2.3.2. Variația $\frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{d\beta}{d\varphi}(\varphi)$, parametrii normali, $s = s_1(\varphi)$.

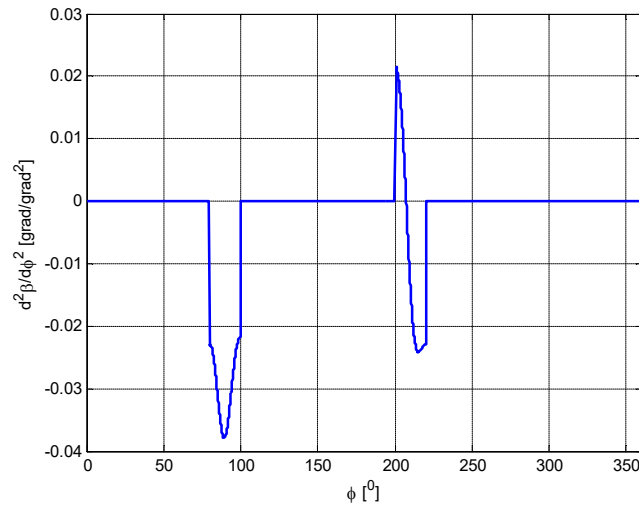


Fig. 2.3.3. Variația $\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} = \frac{d^2\beta}{d\varphi^2}(\varphi)$, parametrii normali, $s = s_1(\varphi)$.

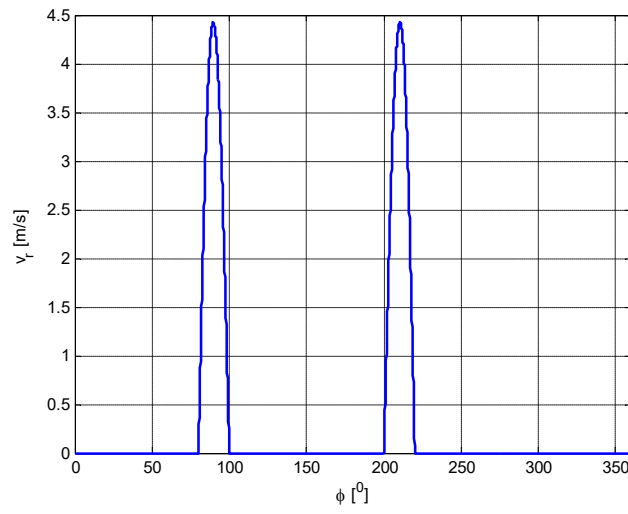


Fig. 2.3.4. Variația $v_r = v_r(\varphi)$, parametrii normali, $s = s_1(\varphi)$.

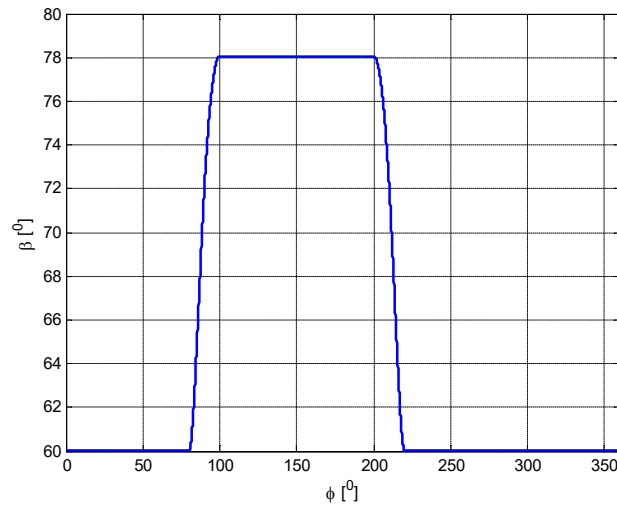


Fig. 2.3.13 Variația $\beta = \beta(\varphi)$, parametrii normali, $\beta_0 = 60^0$, $s = s_2(\varphi)$.

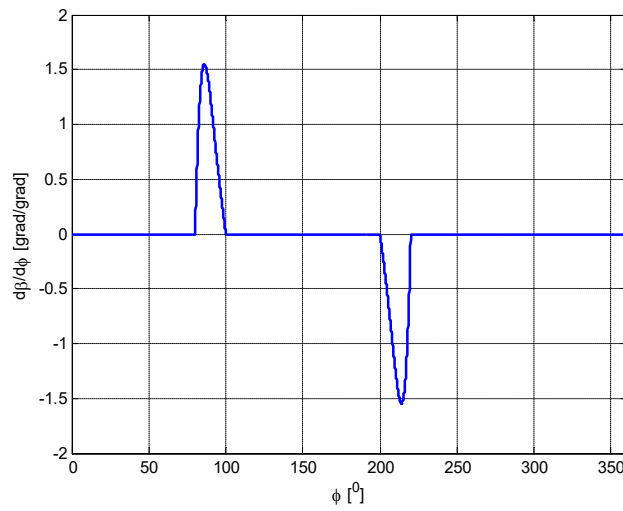


Fig. 2.3.14. Variația $\frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{d\beta}{d\varphi}(\varphi)$, parametrii normali, $\beta_0 = 60^0$, $s = s_2(\varphi)$.

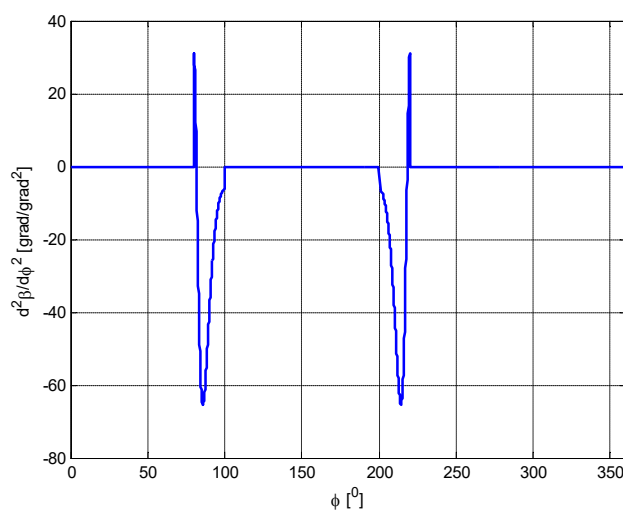


Fig. 2.3.15. Variația $\frac{d^2\beta}{d\varphi^2} = \frac{d^2\beta}{d\varphi^2}(\varphi)$, parametrii normali, $\beta_0 = 60^\circ$, $s = s_2(\varphi)$.

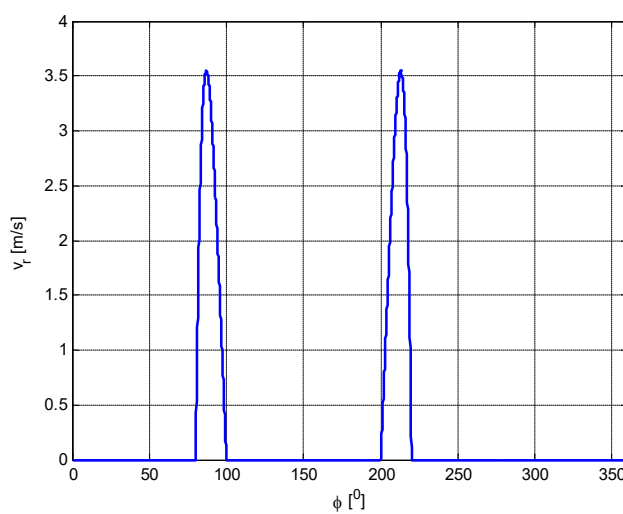


Fig. 2.3.16. Variația $v_r = v_r(\varphi)$, parametrii normali, $\beta_0 = 60^\circ$, $s = s_2(\varphi)$.

Valorile maxime și minime ale diverselor mărimi caracteristice sunt date în tabelele următoare:

Tabelul 2.3.1. Variațiile diversilor parametri în cazul primei legi de mișcare a supapei.

Parametru	Parametrul care variază						
	Parametri normali	β_0	$s_{\max}$	l_1	φ_i	R_1	R_2
$\beta_{\max} [^\circ]$	44,998	78,053	51,252	42,418	44,998	45,270	44,893
$\left(\frac{d\beta}{d\varphi}\right)_{\min}$	-0,0027	-1,5055	-0.00389	-0,0013	-0,0053	-0,0040	-0,0030
$\left(\frac{d\beta}{d\varphi}\right)_{\max}$	0,0027	1,5055	0.00389	0,0013	0,0053	0,0040	0,0030
$\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}\right)_{\min}$	-0,0379	-59,156	-0.06385	-0,0188	0,1517	-0,0598	-0,0372
$\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}\right)_{\max}$	0,0217	19,393	0.02429	0,0106	0,0868	0,0343	0,0241
$v_{r_{\max}} [\text{m/s}]$	4,4257	3,5262	6.42890	3,5859	8,8514	5,0673	4,5226

Tabelul 2.3.2. Variațiile diversilor parametri în cazul celei de a doua legi de mișcare a supapei.

Parametru	Parametrul care variază						
	Parametri normali	β_0	$s_{\max}$	l_1	φ_i	R_1	R_2
$\beta_{\max} [^\circ]$	44,998	78,053	51,252	42,418	44,998	45,270	45,270
$\left(\frac{d\beta}{d\varphi}\right)_{\min}$	-0,0026	-1,5467	-0,0039	-0,0013	-0,0052	-0.00389	-0,0039
$\left(\frac{d\beta}{d\varphi}\right)_{\max}$	0,0026	1,5467	0,0039	0,0013	0,0052	0,0039	0,0039
$\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}\right)_{\min}$	-0,0367	-65,311	-0,0550	-0,0184	-0,1446	-0,0543	-0,0543
$\left(\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}\right)_{\max}$	0,0176	30,923	0.01986	0,0086	0,0703	0,0278	0,0278
$v_{r_{\max}} [\text{m/s}]$	4,3682	3.54977	6.38030	3,5394	8,7364	4,9325	4,9325

Cel mai important factor care influențează viteza relativă v_r și, implicit, uzura, este cursa maximă impusă supapei $s_{\max}$. Unghiul inițial β_0 influențează cel mai mult viteza unghiulară redusă și accelerația unghiulară redusă.

2.4. Concluzii

În cadrul acestui capitol au fost studiate diferite condiții de contact dintre rolă și capul supapei obținându-se formulele analitice din care rezultă deplasarea unghiulară.

Folosind teorema funcțiilor implicite s-au putut obține derivatele unghiului de rotație în funcție de înălțimea de ridicare a supapei, formule utile pentru calculul vitezei și accelerației reduse.

Rezolvarea ecuațiilor obținute s-a făcut prin metode numerice descriindu-se, unde a fost cazul, și algoritmul de lucru. În plus, s-a determinat și viteza redusă dintre rolă și capul supapei, parametru important pentru determinarea uzurii.

Legile de ridicare a supapei au fost alese astfel: una trigonometrică și una polinomială.

Influența diverșilor parametri caracteristici a fost evidențiată prin grafice corespunzătoare.

– OXY – sistem de referință fix pentru care axa OX are originea în axa de rotație a camei O și trece prin punctul O_2 centrul de rotație al culbutorului;

– Ox_1y_1 – sistemul de referință mobil solidar cu cama;

– $O_2x_2y_2$ – sistem de referință mobil solidar cu cama;

În cele ce urmează indicele prim simbolizează poziția inițială a sistemului.

Ecuatiile parametrice ale rolei culbutorului (rola de rază R_3 din punctul D) sunt:

$$x_2 = -l_2 + R_3 \cos \lambda, \quad y_2 = -R_3 \cos \lambda \quad (3.1.1)$$

și deci

$$\frac{dy_2}{dx_2} = \operatorname{ctg} \lambda \quad (3.1.3)$$

Contactul din punctul E ne conduce la exprimările

$$x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi = d + x_2 \cos(\theta + \gamma) + y_2 \sin(\theta + \gamma) \quad (3.1.6)$$

$$x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi = -x_2 \sin(\theta + \gamma) + y_2 \cos(\theta + \gamma) \quad (3.1.7)$$

Notăm cu $f_1(\varphi, \lambda)$ și $f_2(\varphi, \lambda)$ funcțiile

$$f_1(\varphi, \lambda) = -y_1 - d \sin \varphi + l_2 \sin(\theta + \gamma + \varphi) - R_3 \sin(\theta + \gamma + \varphi + \lambda), \quad (3.1.16)$$

$$f_2(\varphi, \lambda) = -x_1 + d \cos \varphi - l_2 \cos(\theta + \gamma + \varphi) + R_3 \cos(\theta + \gamma + \varphi + \lambda), \quad (3.1.17)$$

astfel că se deduc exprimările

$$f_1(\varphi, \lambda) = 0, \quad f_2(\varphi, \lambda) = 0 \quad (3.1.18)$$

3.2. Profilul camei

Profilul camei este înfășurătoarea pozițiilor succesive ale camei și se obține din ecuația

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} \end{vmatrix} = 0. \quad (3.2.1)$$

Deducem

$$\sin \lambda \left[-d \cos(\theta + \gamma) + l_2 \left(1 + \frac{d\theta}{d\varphi} \right) = d \cos \lambda \sin(\theta + \gamma) \right], \quad (3.2.10)$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{d \sin(\theta + \gamma)}{-d \cos(\theta + \gamma) + l_2 \left(1 + \frac{d\theta}{d\varphi} \right)}.$$

Din relația (3.1.10) se determină parametrul λ , iar ecuațiile parametrice ale profilului camei se obțin din expresiile

$$x_1 = d \cos \varphi - l_2 \cos(\theta + \gamma + \varphi) + R_3 \cos(\theta + \gamma + \varphi + \lambda), \quad (3.2.11)$$

$$y_1 = -d \sin \varphi + l_2 \sin(\theta + \gamma + \varphi) - R_3 \sin(\theta + \gamma + \varphi + \lambda). \quad (3.2.12)$$

3.3. Poziția inițială

Din triunghiul OO_2D' , ținând seama că punctele O , E' și D' sunt coliniare, se obțin exprimările

$$\cos \lambda = \frac{(R_0 + R_3)^2 + l_2^2 - d^2}{2l_2(R_0 + R_3)}, \quad (3.3.1)$$

$$\cos \gamma = \frac{d^2 + l_2^2 - (R_0 + R_3)^2}{2dl_2}. \quad (3.3.2)$$

3.4. Normarea rezultatelor

Utilizând formulele de mai sus rezultă valorile x_1 și y_1 ale punctelor de pe profilul camei.

Dacă notăm cu φ_a și φ_b două valori succesive ale unghiului φ și cu φ_c o valoare intermediară pentru care să corespundă un număr întreg de grade și cu x_a , x_b respectiv y_a , y_b valorile coordonatelor x_1 , respectiv y_1 pentru unghiul $\varphi = \varphi_a$ și $\varphi = \varphi_b$, atunci valorile x_c , y_c corespunzătoare unghiului φ_c se găsesc prin interpolare liniară

$$x_c = \frac{x_b - x_a}{\varphi_b - \varphi_a} (\varphi_c - \varphi_a) + x_a \quad (3.4.2)$$

$$y_c = \frac{y_b - y_a}{\varphi_b - \varphi_a} (\varphi_c - \varphi_a) + y_a \quad (3.4.3)$$

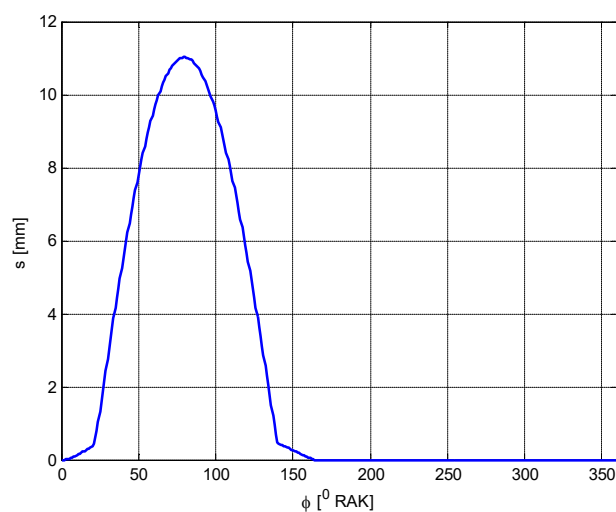
3.5. Simulare numerică

Pentru mecanismul din Figura 3.1.1 se consideră următoarele valori: $l_1 \approx 0,05 \text{ m}$, $l_2 \approx 0,04 \text{ m}$, $R_1 \approx 0,05 \text{ m}$, $R_2 \approx 0,02 \text{ m}$, $R_3 \approx 0,046 \text{ m}$, $R_0 \approx 0,015 \text{ m}$, $d \approx 0,04 \text{ m}$, $d_1 \approx 0,05 \text{ m}$, $\beta_0 \approx -15^\circ$, $\varphi_{\max} \approx 170^\circ$ (este unghiul pe care este deschisă supapa).

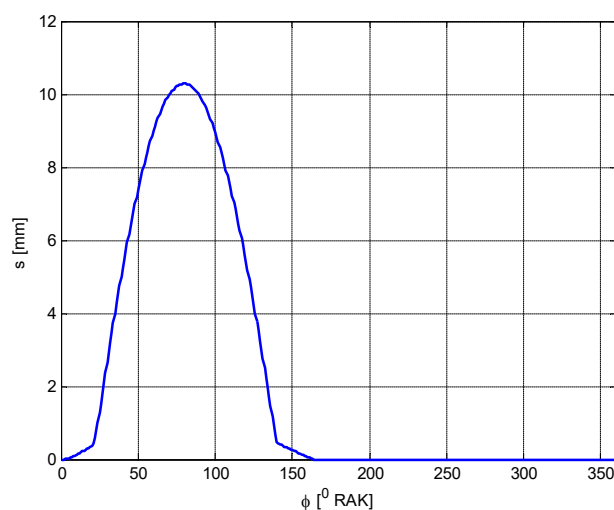
Legea de variație deplasării supapei este dată în Figura 3.5.1.

Se consideră următoarele situații:

1. caz asimetric, cap rotund;
2. caz asimetric, cap plat;
3. caz simetric, cap rotund;
4. caz simetric, cap plat.



a)



b)

Fig. 3.5.1. Legea de deplasare a supapei: a) cazurile 1 și 2; b) cazurile 3 și 4.

Ultimul caz corespunde motoarelor Renault.
Pe baza programului de calcul realizat au rezultat profilele de came din figurile de mai jos.

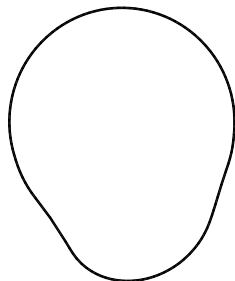
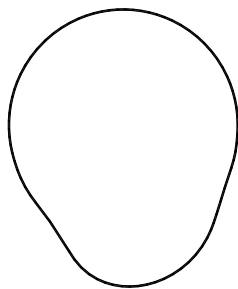


Fig. 3.5.5. Profilul camei în cazul 2.

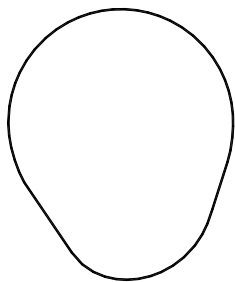


Fig. 3.5.6. Profilul camei Jarvis în cazul 2.

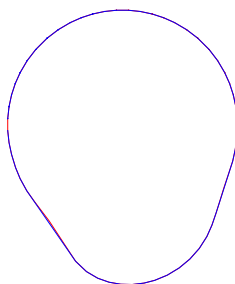


Fig. 3.5.7. Cele două came în cazul 2 (roșu cama reală, albastru cama Jarvis).

3.6. Discuții

Unele motoare moderne au în componența lor două came: una pentru încărcare totală și cea de a doua pentru încărcare parțială.

Vom considera acum aceste două noi cazuri, pentru care legea de deplasare a supapei este dată în Figura 3.6.1 (pentru încărcare parțială, cazul 6), respectiv în Figura 3.7.1 (pentru încărcare completă, cazul 7).

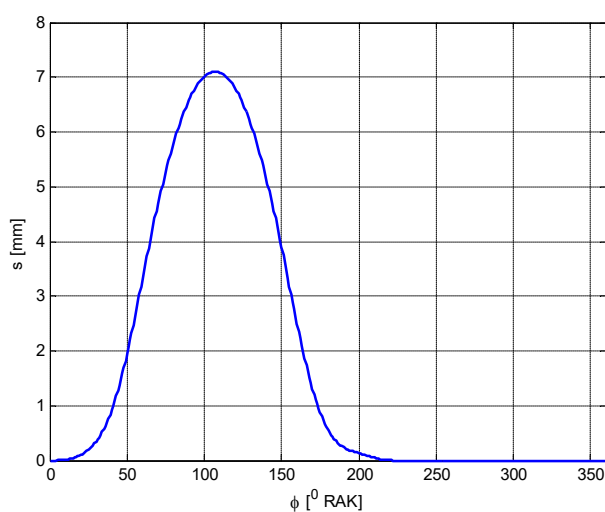


Fig. 3.6.1. Legea de deplasare a supapei pentru încărcare parțială (cazul 6).

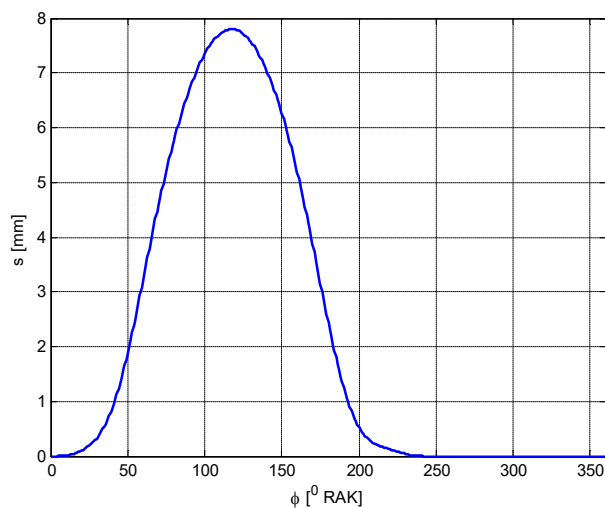


Fig. 3.6.2. Legea de deplasare a supapei pentru încărcare completă (cazul 7).

Rezultatele sunt trasate în diagramele de mai jos.

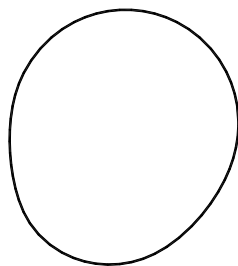


Fig. 3.6.3. Profilul camei în cazul 6.

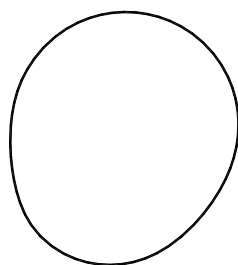


Fig. 3.6.4. Profilul camei Jarvis în cazul 6.

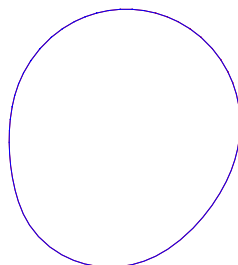


Fig. 3.6.5. Cele două came în cazul 6 (roșu cama reală, albastru cama Jarvis).

3.7. Concluzii

S-a realizat sinteza camei folosind datele unui mecanism de distribuție real și considerându-se diferite contacte dintre rolă și capul supapei.

Legea de deplasare a supapei a fost considerată cea reală și în toate cazurile s-a determinat și cama convexă obținută prin marșul lui Jarvis.

Toate camele obținute au rezultat concave fapt ce conduce la o prelucrare mai dificilă a acestora.

În plus au fost considerate și două noi legi pentru sarcină totală și parțială pentru care camele obținute sunt convexe, marșul lui Jarvis neaducând nimic nou.

Capitolul 4

ANALIZA CAMEI

4.1. Generalități

Cunoscând acum profilul camei se poate crea un tabel de forma următoare.

Tabelul 4.1.1. Tabelul de lucru pentru analiza camei.

Nr. crt.	x_1	y_1	$\frac{dy_1}{dx_1}$	φ	θ	s
-1	$x_1^{(-1)}$	$y_1^{(-1)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(-1)} \\ y_1=y_1^{(-1)}}}$	$\varphi^{(-1)}$	$\theta^{(-1)}$	$s^{(-1)}$
0	$x_1^{(0)}$	$y_1^{(0)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(0)} \\ y_1=y_1^{(0)}}}$	$\varphi^{(0)}$	$\theta^{(0)}$	$s^{(0)}$
1	$x_1^{(1)}$	$y_1^{(1)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(1)} \\ y_1=y_1^{(1)}}}$	$\varphi^{(1)}$	$\theta^{(1)}$	$s^{(1)}$
2	$x_1^{(2)}$	$y_1^{(2)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(2)} \\ y_1=y_1^{(2)}}}$	$\varphi^{(2)}$	$\theta^{(2)}$	$s^{(2)}$
...	...	...	...	...	...	...
359	$x_1^{(359)}$	$y_1^{(359)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(359)} \\ y_1=y_1^{(359)}}}$	$\varphi^{(359)}$	$\theta^{(359)}$	$s^{(359)}$
360	$x_1^{(360)}$	$y_1^{(360)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(360)} \\ y_1=y_1^{(360)}}}$	$\varphi^{(360)}$	$\theta^{(360)}$	$s^{(360)}$
361	$x_1^{(361)}$	$y_1^{(361)}$	$\frac{dy_1}{dx_1} \Big _{\substack{x_1=x_1^{(361)} \\ y_1=y_1^{(361)}}}$	$\varphi^{(361)}$	$\theta^{(361)}$	$s^{(361)}$

Pentru calculul lui $\frac{dy_1}{dx_1}$ se folosește formula

$$\left. \frac{dy_1}{dx_1} \right|_{x_1=x_1^{(i)}} = \frac{y_1^{(i+1)} - y_1^{(i-1)}}{x_1^{(i+1)} - x_1^{(i-1)}}, \quad (4.1.1)$$

în care $i = \overline{0, 360}$.

Ecuatiile parametrice ale rolei se scriu

$$x_2 = -l_2 + R_3 \cos \lambda, \quad y_2 = -R_3 \sin \lambda. \quad (4.1.2)$$

4.2. Analiza

Condiția de tangență dintre profilul camei și cel al rolei are forma

$$\operatorname{tg}(\varphi + \theta + \gamma) = \frac{-\frac{dy_1}{dx_1} + \frac{dy_2}{dx_2}}{1 + \frac{dy_1}{dx_1} \frac{dy_2}{dx_2}}. \quad (4.2.1)$$

de unde

$$\operatorname{tg}(\varphi + \theta + \gamma) = \frac{-\frac{dy_1}{dx_1} + \operatorname{ctg} \lambda}{1 + \frac{dy_1}{dx_1} \operatorname{ctg} \lambda}, \quad (4.2.4)$$

$$\sin(\varphi + \theta + \gamma) \left(1 + \frac{dy_1}{dx_1} \operatorname{ctg} \lambda \right) = \cos(\varphi + \theta + \gamma) \left(-\frac{dy_1}{dx_1} + \operatorname{ctg} \lambda \right). \quad (4.2.5)$$

Notăm cu $f_1^*(\varphi, \theta, \gamma)$ funcția

$$f_1^*(\varphi, \theta, \gamma) = \sin(\varphi + \theta + \gamma) \left(1 + \frac{dy_1}{dx_1} \operatorname{ctg} \lambda \right) - \cos(\varphi + \theta + \gamma) \left(-\frac{dy_1}{dx_1} + \operatorname{ctg} \lambda \right). \quad (4.2.6)$$

Notăm cu $f_2(\varphi, \theta, \lambda)$ și $f_3(\varphi, \theta, \lambda)$ funcțiile

$$f_2(\varphi, \theta, \lambda) = -x_1 \cos \varphi + y_1 \sin \varphi + d + x_2 \cos(\theta + \gamma) + y_2 \sin(\theta + \gamma), \quad (4.2.11)$$

$$f_3(\varphi, \theta, \lambda) = -x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi - x_2 \sin(\theta + \gamma) + y_2 \sin(\theta + \gamma). \quad (4.2.12)$$

Din expresia funcției $f_i^*(\varphi, \theta, \lambda)$ se poate deduce o nouă funcție $f_1(\varphi, \theta, \lambda)$ sub forma

$$f_1(\varphi, \theta, \lambda) = \sin(\varphi + \theta + \gamma) \left(\sin \lambda + \frac{dy_1}{dx_1} \cos \lambda \right) - \cos(\varphi + \theta + \gamma) \left(-\frac{dy_1}{dx_1} \sin \lambda + \cos \lambda \right). \quad (4.2.13)$$

Se obține un sistem de trei ecuații neliniare

$$f_1(\varphi, \theta, \lambda) = 0, \quad f_2(\varphi, \theta, \lambda) = 0, \quad f_3(\varphi, \theta, \lambda) = 0 \quad (4.2.14)$$

cu trei necunoscute φ , θ și λ .

Soluția acestui sistem o vom găsi cu metoda Newton.

Mai notăm:

– $[\mathbf{F}]$ – matricea Jacobi

$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} \end{bmatrix}; \quad (4.2.28)$$

– $\{f\}$ – vectorul coloană al funcțiilor

$$\{f\} = \begin{bmatrix} f_1(\varphi, \theta, \lambda) \\ f_2(\varphi, \theta, \lambda) \\ f_3(\varphi, \theta, \lambda) \end{bmatrix}; \quad (4.2.29)$$

– $\{q\}$ – vectorul coloană al necunoscutelor

$$\{q\} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \lambda \end{bmatrix}. \quad (4.2.30)$$

Metoda Newton ne conduce la exprimarea

$$\{q^{(p+1)}\} = \{q^{(p)}\} - [\mathbf{F}^{(p)}]^{-1} \{f^{(p)}\}, \quad (4.2.31)$$

în care indicele superior marchează pasul de iterație; astfel

$$\{q^{(p)}\} = \begin{bmatrix} \varphi^{(p)} \\ \theta^{(p)} \\ \lambda^{(p)} \end{bmatrix}, \quad \{q^{(p+1)}\} = \begin{bmatrix} \varphi^{(p+1)} \\ \theta^{(p+1)} \\ \lambda^{(p+1)} \end{bmatrix}, \quad (4.2.32)$$

$$\{\mathbf{f}^{(p)}\} = \begin{bmatrix} f_1(\varphi^{(p)}, \theta^{(p)}, \lambda^{(p)}) \\ f_2(\varphi^{(p)}, \theta^{(p)}, \lambda^{(p)}) \\ f_3(\varphi^{(p)}, \theta^{(p)}, \lambda^{(p)}) \end{bmatrix}, \quad (4.2.33)$$

$$[\mathbf{F}^{(p)}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} \end{bmatrix}_{\varphi=\varphi^{(p)}, \theta=\theta^{(p)}, \lambda=\lambda^{(p)}}. \quad (4.2.34)$$

Valorile de pornire la pasul $p = 0$ sunt $\varphi = 0$, $\theta = 0$,.

Pentru iterația $p + 1$ valorile inițiale sunt cele determinate la iterația p .

Iterațiile (4.2.31) continuă până când eroarea dintre două iterații succesive de la pasul $p + 1$ devine mai mică decât eroarea maximă admisă ε , adică

$$\|\{\mathbf{q}^{(p+1)}\} - \{\mathbf{q}^{(p)}\}\| < \varepsilon, \quad (4.2.35)$$

unde

$$\{\mathbf{q}^{(p+1)}\} - \{\mathbf{q}^{(p)}\} = \begin{bmatrix} \varphi^{(p+1)} - \varphi^{(p)} \\ \theta^{(p+1)} - \theta^{(p)} \\ \lambda^{(p+1)} - \lambda^{(p)} \end{bmatrix} \quad (4.2.36)$$

și

$$\left\| \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \quad (4.2.37)$$

În acest mod condiția de oprire (4.2.35) devine

$$\sqrt{(\varphi^{(p+1)} - \varphi^{(p)})^2 + (\theta^{(p+1)} - \theta^{(p)})^2 + (\lambda^{(p+1)} - \lambda^{(p)})^2} < \varepsilon. \quad (4.2.38)$$

4.3. Normarea rezultatelor

În urma iterațiilor făcute cu metoda Newton, valorile obținute pentru unghiul φ rezultă numere reale distribuite neechidistant.

Dacă φ_a și φ_b sunt două astfel de valori, pentru care corespund valorile θ_a și θ_b , respectiv λ_a și λ_b , atunci valorile θ_c și λ_c corespunzătoare valorii φ_c se scriu

$$\theta_c = \frac{\theta_b - \theta_a}{\varphi_b - \varphi_a}(\varphi_c - \varphi_a) + \theta_a, \quad (4.3.1)$$

$$\lambda_c = \frac{\lambda_b - \lambda_a}{\varphi_b - \varphi_a}(\varphi_c - \varphi_a) + \lambda_a. \quad (4.3.2)$$

Pentru deplasarea supapei s se obține o formulă similară

$$s_c = \frac{s_b - s_a}{\varphi_b - \varphi_a}(s_c - s_a) + s_a. \quad (4.3.3)$$

Rezultă un tabel de date de forma

Tabelul 4.3.1. Deplasarea supapei.

φ	s
0^0	$s(0^0)$
1^0	$s(1^0)$
...	...
359^0	$s(359^0)$
360^0	$s(360^0)$

4.4. Rezultate numerice

Vom considera aceleași cazuri numerice din capitolul 3.

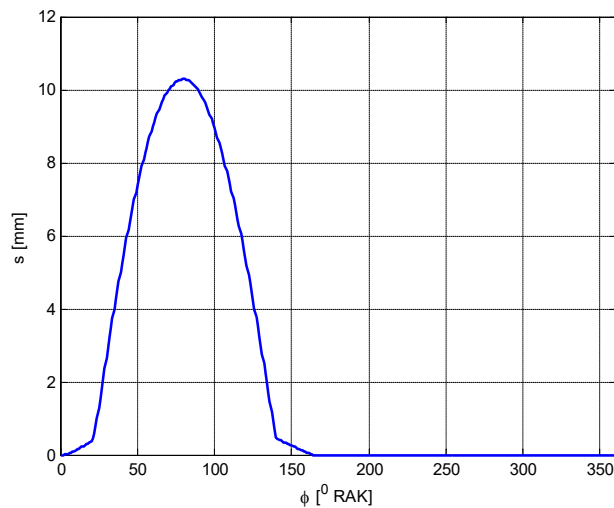


Fig. 4.4.15. Variația $s = s(\varphi)$ în cazul 3.

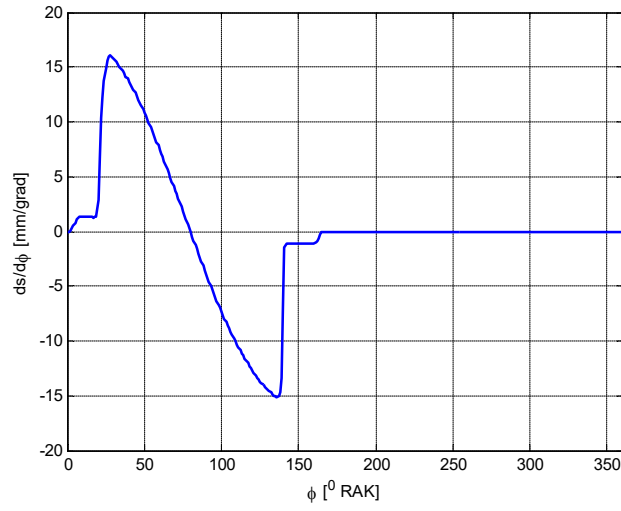


Fig. 4.4.16. Variația $\frac{ds}{d\phi} = \frac{ds}{d\phi}(\phi)$ în cazul 3.

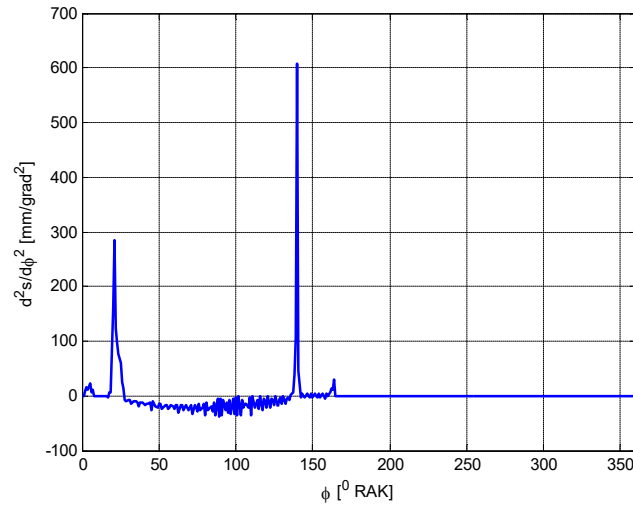


Fig. 4.4.17. Variația $\frac{d^2s}{d\phi^2} = \frac{d^2s}{d\phi^2}(\phi)$ în cazul 3.

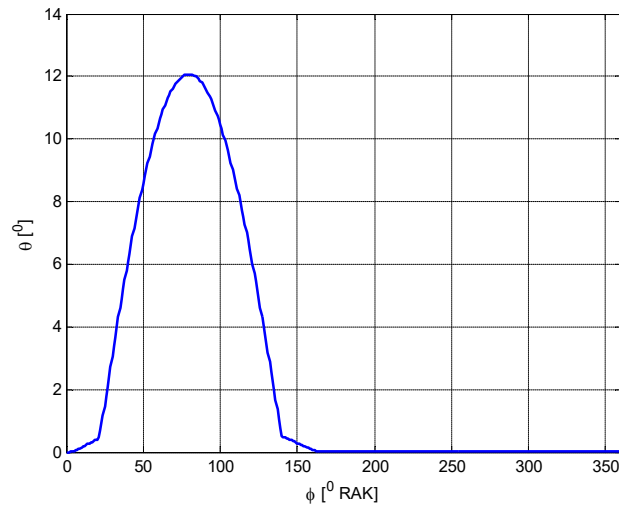


Fig. 4.4.18. Variația $\theta = \theta(\varphi)$ în cazul 3.

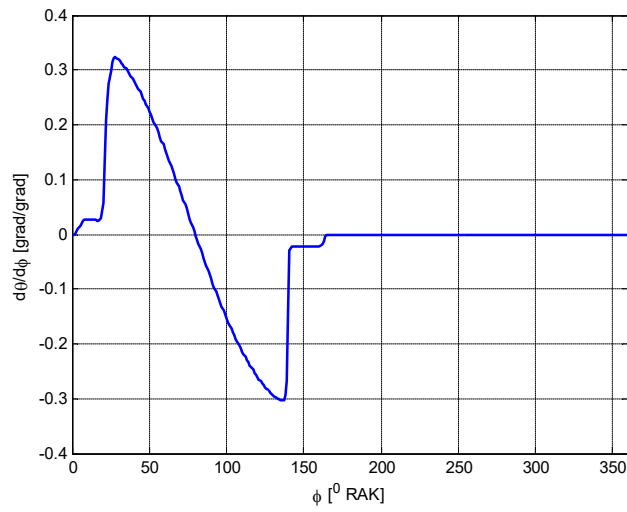


Fig. 4.4.19. Variația $\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{d\theta}{d\varphi}(\varphi)$ în cazul 3.

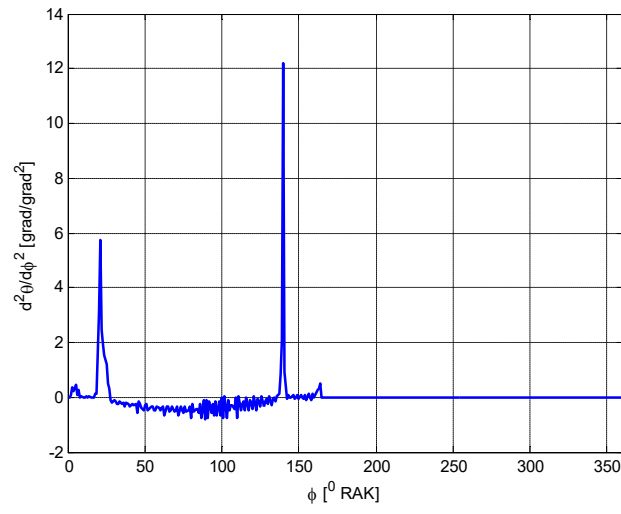


Fig. 4.4.20. Variația $\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} = \frac{d^2\theta}{d\varphi^2}(\varphi)$ în cazul 3.

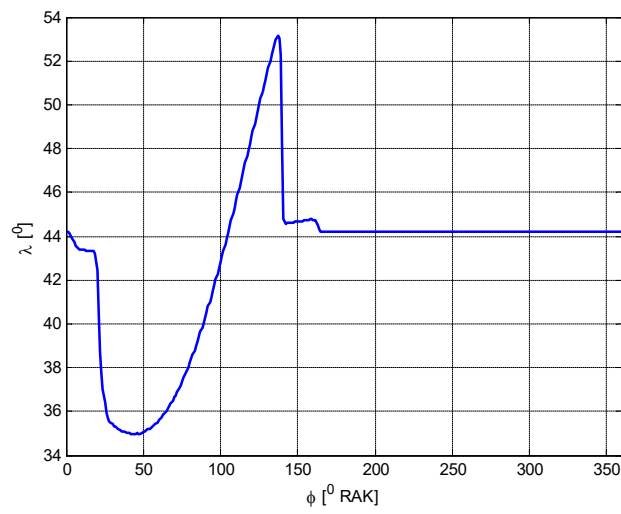


Fig. 4.4.21. Variația $\lambda = \lambda(\varphi)$ în cazul 3.

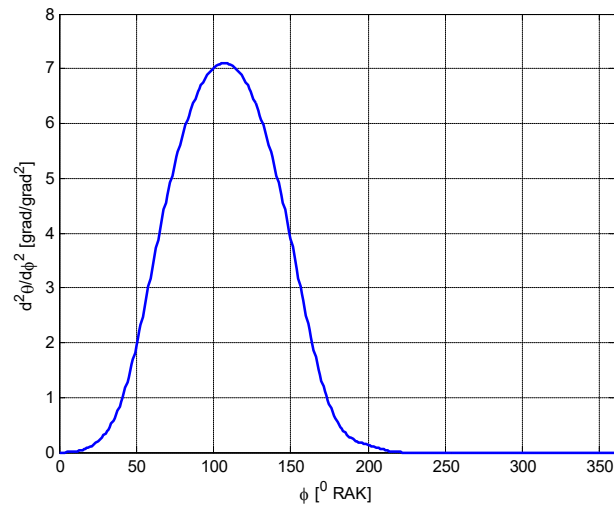


Fig. 4.4.29. Variația $s = s(\varphi)$ în cazul 6.

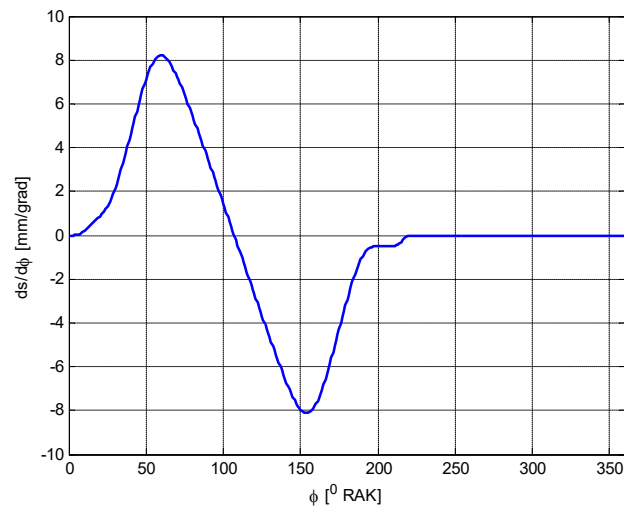


Fig. 4.4.30. Variația $\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ în cazul 6.

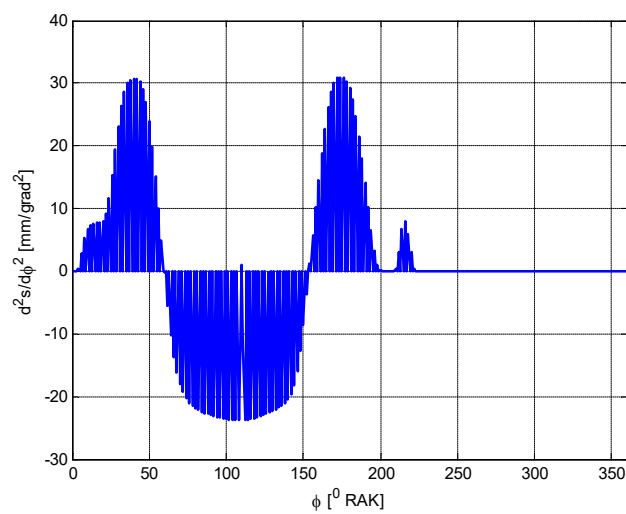


Fig. 4.4.31. Variația $\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2}(\varphi)$ în cazul 6.

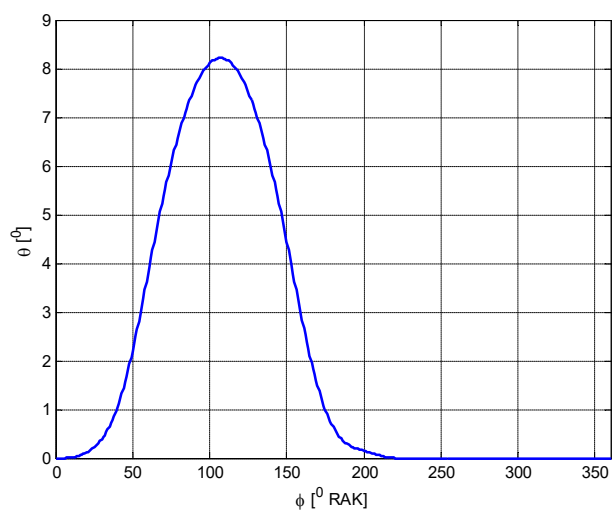


Fig. 4.4.32. Variația $\theta = \theta(\varphi)$ în cazul 6.

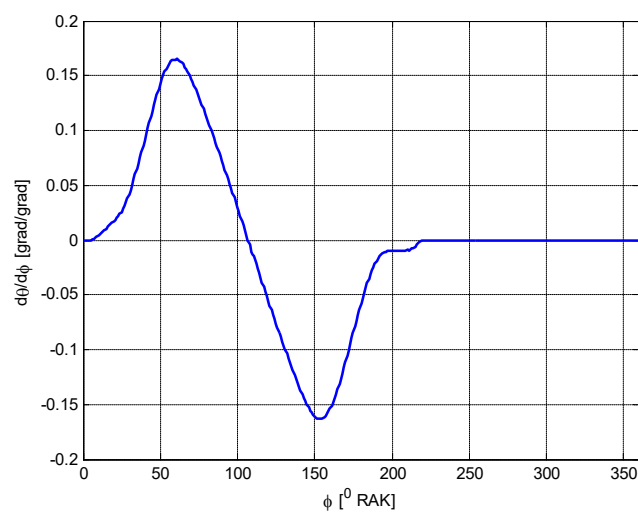


Fig. 4.4.33. Variația $\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{d\theta}{d\varphi}(\varphi)$ în cazul 6.

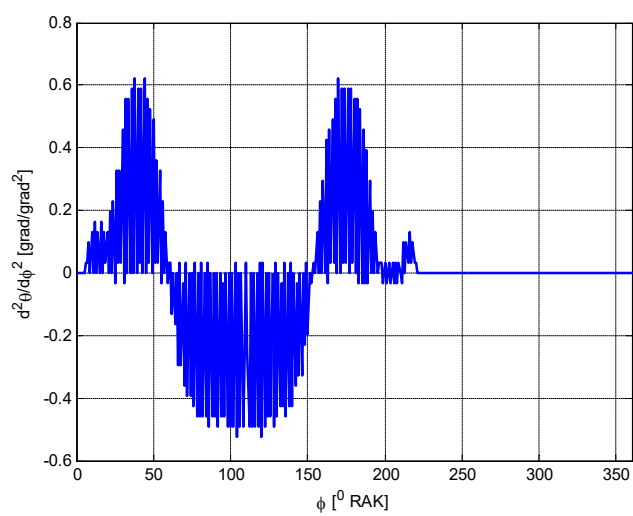


Fig. 4.4.34. Variația $\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} = \frac{d^2\theta}{d\varphi^2}(\varphi)$ în cazul 6.

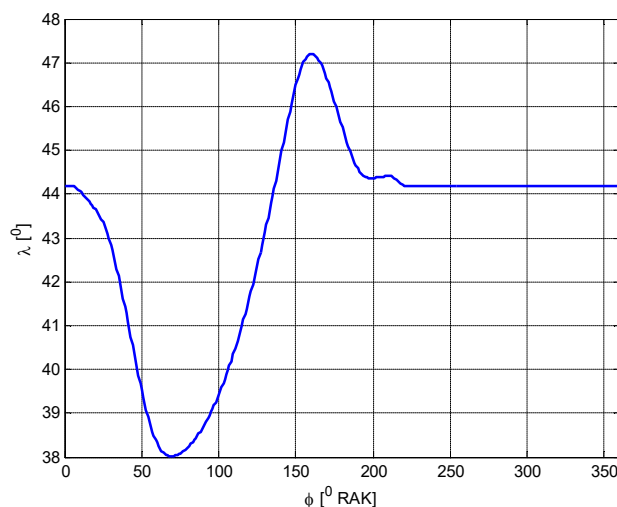


Fig. 4.4.35. Variația $\lambda = \lambda(\varphi)$ în cazul 6.

4.5. Concluzii

Camele obținute prin sinteză în capitolul 3 au fost analizate pentru a vedea dacă ele conduc la legea de mișcare impusă.

Determinarea diversilor parametri s-a realizat prin utilizarea metodei Newton.

Deoarece valorile obținute pentru unghiul de rotație al camei nu sunt echidistante a trebuit efectuată și o interpolare (am ales interpolarea liniară) pentru determinarea mărimilor caracteristice din grad în grad.

S-au construit diagrame referitoare la legea de deplasare a supapei, viteza și accelerația liniare reduse și variația unghiului de contact pe rolă.

Din diagrame a rezultat că în cazurile clasice accelerația redusă are valori extreme la începutul și sfârșitul deplasării supapei, fapt de natură a înrăutății uzura pieselor în contact.

Pentru noile legi de deplasare a supapei variațiile sunt mult mai mici dar cu o frecvență mai ridicată.

Aceleași considerente sunt valabile pentru vitezele și accelerațiile unghiulare reduse.

Capitolul 5

CAME DERIVATE

5.1. Formularea problemei

Să presupunem că am rezolvat problema de sinteză a unei came, problemă dată sub forma: se cunosc:

- dimensiunile mecanismului de distribuție;
- valorile φ_d și φ_i la care începe, respectiv se termină procesul de deschidere, respectiv închidere al supapei;
- valoarea $s_{\max}$ pentru cursa supapei;
- legea de variație $s = s(\varphi)$ de variație a înălțimii de ridicare a supapei în funcție de unghiul de rotație al camei.

Ne propunem să determinăm o nouă lege de variație a înălțimii de ridicare a supapei $s^* = s^*(\varphi)$ caracterizată de unghiurile de deschidere și închidere ale supapei φ_d^* și φ_i^* și valoarea $s_{\max}^*$ de ridicare a supapei.

5.2. Determinarea noii legi de variație a deplasării supapei

Vom căuta o lege liniară de trecere de la unghiul φ^* la unghiul φ de forma

$$\varphi = A\varphi^* + B. \quad (5.2.1)$$

Din condițiile

$$\varphi_d = A\varphi_d^* + B, \quad \varphi_i = A\varphi_i^* + B, \quad (5.2.2)$$

rezultă exprimarea

$$s^*(\varphi^*) = \frac{s_{\max}^*}{s_{\max}} s \left[\frac{\varphi_i - \varphi_d}{\varphi_i^* - \varphi_d^*} (\varphi^* - \varphi_d^*) + \varphi_d \right] \quad (5.2.8)$$

5.3. Exemplu

Se consideră drept lege de pornire

$$s(\varphi) = \begin{cases} 10 \cos^2 \varphi, & \text{pentru } \varphi \in [-90^\circ, 90^\circ], \\ 0, & \text{altfel,} \end{cases} \quad (5.3.1)$$

în care $s_{\max} = 10 \text{ mm}$, $\varphi_d = -90^\circ$, $\varphi_i = 90^\circ$.

Ne propunem să găsim o nouă lege $s^*(\varphi^*)$ în care $s_{\max}^* = 3 \text{ mm}$, $\varphi_d^* = -100^\circ$, $\varphi_i^* = 110^\circ$.

Din paragraful precedent ne rezultă

$$\frac{\varphi_i - \varphi_d}{\varphi_i^* - \varphi_d^*} = \frac{180}{210} = \frac{6}{7}, \quad \varphi = \frac{6}{7}(\varphi^* + 100) - 90, \quad (5.3.2)$$

$$\frac{s_{\max}^*}{s_{\max}} = \frac{3}{10} \quad (5.3.3)$$

și deci

$$s^*(\varphi^*) = \frac{3}{10} s\left(\frac{6}{7}(\varphi^* + 100) - 90\right). \quad (5.3.4)$$

Valoarea $s_{\max}^*$ are loc atunci când

$$\frac{6}{7}(\varphi^* + 100) - 90 = 0, \quad (5.3.5)$$

adică

$$\varphi^* = \frac{7}{6}90 - 100 = 5^\circ \quad (5.3.6)$$

Valorile calculate sunt trecute mai jos.

Tabelul 5.3.1. Valorile numerice în cadrul Exemplului.

φ^*	φ	s	s^*	φ^*	φ	s	s^*
-100	-90	0	0	5	0	10,00000	3,00000
-90	-81,42587	0,22214	0,06664	10	4,28571	9,94415	2,98325
-80	-72,85714	0,86881	0,26064	20	21,42857	8,66526	2,59958
-70	-64,28571	1,88255	0,56477	30	12,85714	9,50484	2,85145
-60	-55,71429	3,17329	0,95199	40	30,00000	7,50000	2,25000
-50	-47,14286	4,62635	1,38790	50	38,57143	6,11260	1,83378
-40	-38,57143	6,11260	1,83378	60	47,14286	4,62635	1,38790
-30	-30,00000	7,50000	2,25000	70	55,71429	3,17329	0,95199

-20	-21,42857	8,66526	2,59958	80	64,28571	1,88255	0,56477
-10	-12,85714	9,50484	2,85145	90	72,85714	0,86881	0,26064
0	-4,28571	9,94415	2,98325	100	81,42587	0,22214	0,06664
				110	90	0	0

5.4. Rezultate numerice

Să revenim acum la cazurile prezentate în capitolele 3 și 4.

Ne propunem să construim noi came (cazurile notate mai jos cu 5) pentru care:

– unghiul maxim pe care supapa este deschisă $\varphi = 150^0$, iar supraînălțarea maximă a camei $h_{\max} = 1 \text{ mm}$. Vom numi această situație cazul 5;

– $\varphi = 150^0$, $h_{\max} = 3 \text{ mm}$ (cazul 5a);

– $\varphi = 180^0$, $h_{\max} = 1 \text{ mm}$ (cazul 5b);

– $\varphi = 180^0$, $h_{\max} = 3 \text{ mm}$ (cazul 5c);

– $\varphi = 167^0$, $h_{\max} = 1 \text{ mm}$ (cazul 5d).

Mecanismul de distribuție este cel caracteristic cazului 4 (simetric, cap plat).

Rezultatele obținute sunt trecute în figurile de mai jos.

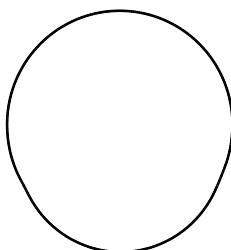


Fig. 5.5.31. Profilul camei în cazul 5c.

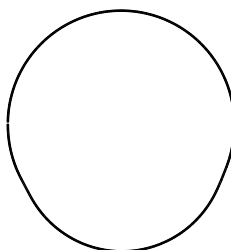


Fig. 5.5.32. Profilul camei Jarvis în cazul 5c.

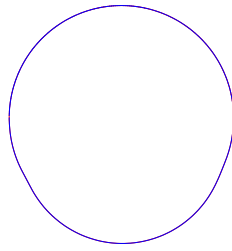


Fig. 5.5.33. Cele două came în cazul 5c (roșu cama reală, albastru cama Jarvis).

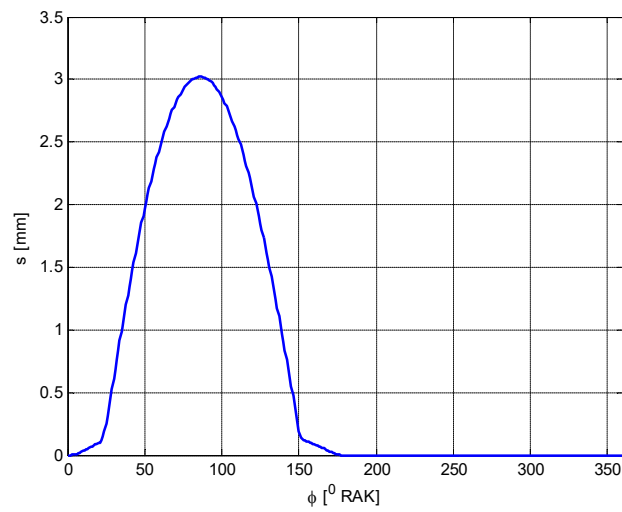


Fig. 5.5.34. Variația $s = s(\varphi)$ în cazul 5c.

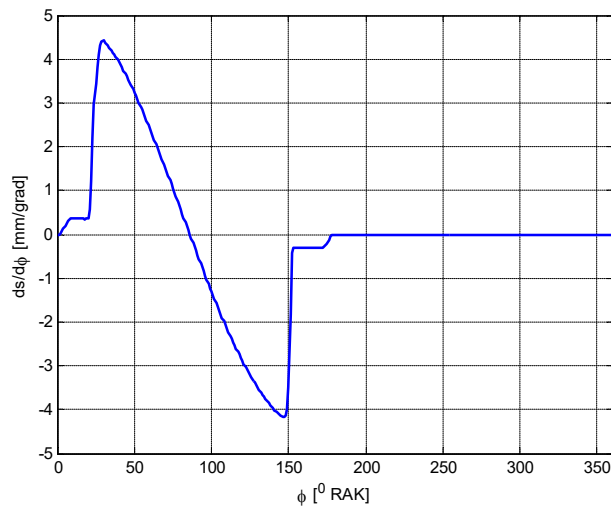


Fig. 5.5.35. Variația $\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ în cazul 5c.

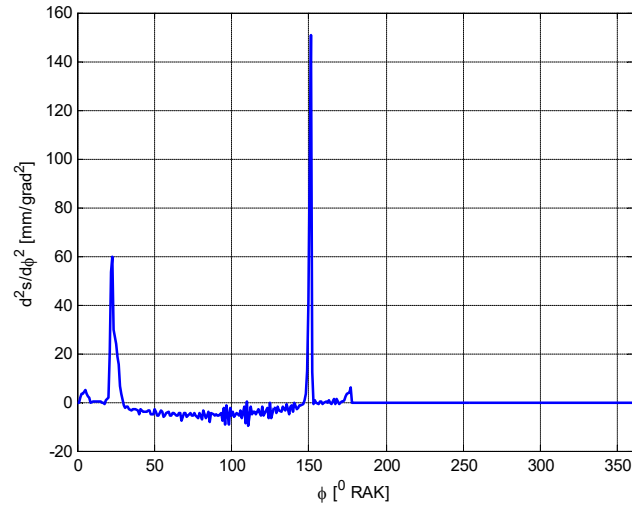


Fig. 5.5.36. Variația $\frac{d^2s}{d\phi^2} = \frac{d^2s}{d\phi^2}(\varphi)$ în cazul 5c.

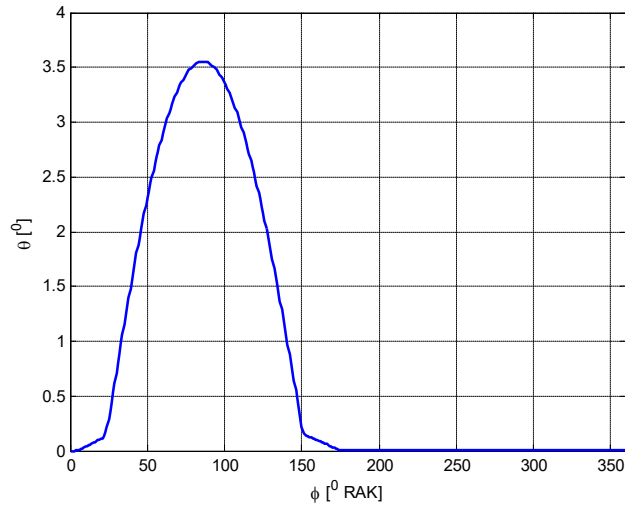


Fig. 5.5.37. Variația $\theta = \theta(\varphi)$ în cazul 5c.

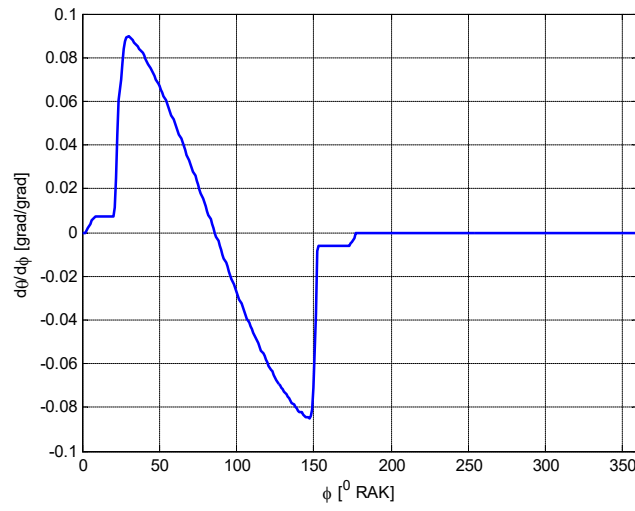


Fig. 5.5.38. Variația $\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{d\theta}{d\varphi}(\varphi)$ în cazul 5c.

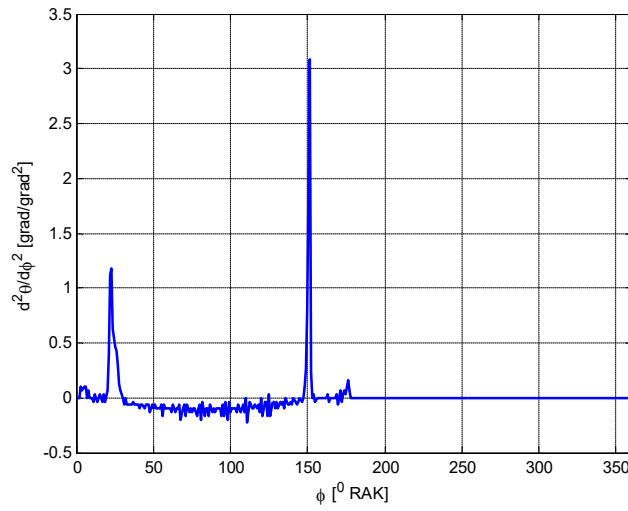


Fig. 5.5.39. Variația $\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} = \frac{d^2\theta}{d\varphi^2}(\varphi)$ în cazul 5c.

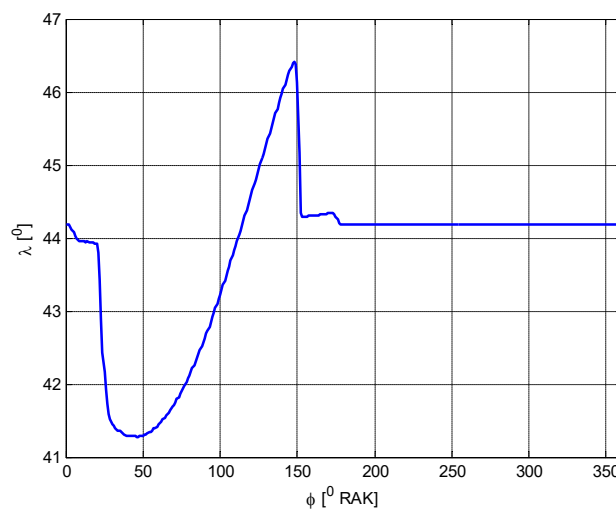


Fig. 5.5.40. Variația $\lambda = \lambda(\varphi)$ în cazul 5c.

5.5. Concluzii

Au fost construite noi legi de deplasare a supapei prin scalarea legii clasice rezultând noi came pentru care s-a observat o îmbunătățire a convexității acestora.

Totodată, vitezele și accelerațiile reduse s-au micșorat față de cazul clasic, posibil și datorită modificării înălțimii de ridicare a supapei.

Formulele obținute trebuie să țină cont și de mecanismul de distribuție real în sensul că nu se pot obține pentru un mecanism dat orice tip de came derivate (orice deplasare maximă a supapei și orice unghiuri de deschidere și închidere a acesteia).

Capitolul 6

PRELUCRAREA CAMEI

6.1. Generalități

Prelucrarea camei se realizează prin frezare și rectificare. Scula parcurge o anumită traiectorie, rămânând mereu în contact cu suprafața camei.

Ideea metodei pe care o propunem este de a considera scula sub forma unui cerc tangent la o aproximație a cercului osculator al camei în punctul respectiv de contact.

6.2. Aproximarea cercului osculator

Considerăm trei puncte succesive A_{i-1} , A_i și A_{i+1} situate pe profilul camei (Fig. 6.2.1).

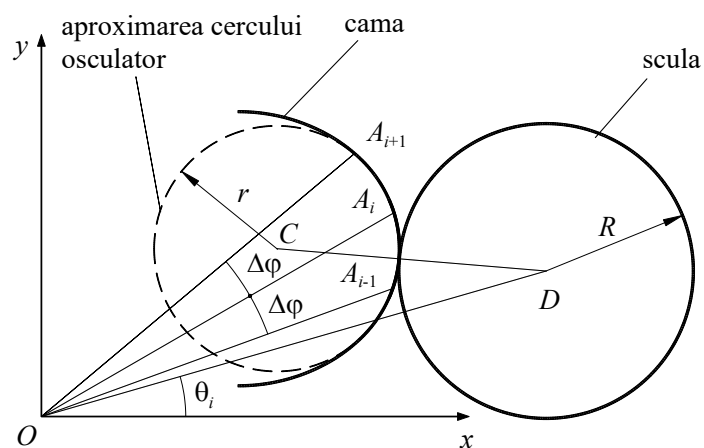


Fig. 6.2.1. Aproximarea cercului osculator.

Cercul ce trece prin aceste puncte are ecuația

$$(x_C - x_j)^2 + (y_C - y_j)^2 = r^2, \quad (6.2.1)$$

în care $j = i-1, i, i+1$, C este centrul cercului, iar r raza acestuia.

Vom presupune că acest cerc este cercul osculator la profilul camei în punctul A_i .

Notând

$$A_1 = \frac{x_i^2 + y_i^2 - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2)}{2}, \quad (6.2.7)$$

$$B_1 = \frac{x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 - (x_i^2 + y_i^2)}{2}, \quad (6.2.8)$$

găsim

$$(x_i - x_{i-1})x_C + (y_i - y_{i-1})y_C = A_1, \quad (6.2.9)$$

$$(x_{i+1} - x_i)x_C + (y_{i+1} - y_i)y_C = B_1. \quad (6.2.10)$$

Relațiile (6.2.9) și (6.2.10) formează un sistem de două ecuații liniare cu două necunoscute x_C și y_C .

Determinantul sistemului este

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \\ x_{i+1} - x_i & y_{i+1} - y_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{i-1} & x_i & x_{i+1} \\ y_{i-1} & y_i & y_{i+1} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (6.2.11)$$

Sistemul format din ecuațiile (6.2.9) și (6.2.10) are soluție unică dacă și numai dacă $\Delta \neq 0$, ceea ce este echivalent cu a spune că punctele A_{i-1} , A_i și A_{i+1} nu sunt coliniare.

Dacă $\Delta \neq 0$, atunci soluția sistemului liniar are forma

$$x_C = \frac{\begin{vmatrix} A_1 & y_i - y_{i-1} \\ B_1 & y_{i+1} - y_i \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad y_C = \frac{\begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & A_1 \\ x_{i+1} - x_i & B_1 \end{vmatrix}}{\Delta}. \quad (6.2.12)$$

Cunoscând valorile x_C și y_C , atunci din una din relațiile (6.2.2), (6.2.3) sau (6.2.4) se determină raza cercului osculator,

$$r = \sqrt{(x_C - x_i)^2 + (y_C - y_i)^2}. \quad (6.2.13)$$

6.3. Poziția centrului sculei

Dreapta ce trece prin punctele C și A_i are ecuația

$$\frac{y - y_i}{y_C - y_i} = \frac{x - x_i}{x_C - x_i}. \quad (6.3.1)$$

Să construim acum un cerc cu centrul în punctul A_i și de rază egală cu R (raza sculei). Un astfel de cerc are ecuația

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = R^2. \quad (6.3.2)$$

Ecuatiile (6.3.1) și (6.3.2) formează un sistem de două ecuații neliniare cu două necunoscute: x și y , coordonatele centrului sculei.

Să observăm că unghiul format de dreapta OA_i cu axa Ox nu este egal format de dreapta OD cu aceeași axă decât în cazuri cu totul și cu totul particulare. Pe cale de consecință se deduce imediat că punctul din plan de pe axa camei, punctul de contact dintre camă și sculă și punctul din plan de pe axa sculei nu sunt coliniare sau, cu alte cuvinte, axa camei, axa sculei și dreapta verticală ce trece prin punctul de contact sunt trei drepte paralele și necoplanare în spațiu.

6.4. Calculul erorii

Din geometria diferențială cunoaștem că dacă o curbă plană regulată este descrisă prin ecuațiile parametrice

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad (6.4.1)$$

unde t este un parametru real și

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \neq 0 \quad (6.4.2)$$

în orice punct al său, atunci raza de curbură (raza cercului osculator) ρ în coordonatele X, Y ale centrului cercului osculator sunt date de expresiile:

$$\rho(t) = \frac{\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dy}{dt}\right|}, \quad (6.4.3)$$

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{k(t) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}} \begin{bmatrix} -\frac{dy}{dt} \\ \frac{dx}{dt} \end{bmatrix}, \quad (6.4.4)$$

cu

$$k(t) = \frac{\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dy}{dt}}{\left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (6.4.5)$$

În paragraful 6.2 am găsit pentru coordonatele centrului aproximantei cercului osculator formulele

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{A_1(y_{i+1} - y_i) - B_1(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})} \\ &= \frac{[x_i^2 + y_i^2 - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2)](y_{i+1} - y_i) - [x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 - (x_i^2 + y_i^2)](y_i - y_{i-1})}{2[(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})]}, \end{aligned} \quad (6.4.6)$$

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{B_1(x_i - x_{i-1}) - A_1(x_{i+1} - x_i)}{(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})} \\ &= \frac{[x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 - (x_i^2 + y_i^2)](x_i - x_{i-1}) - [x_i^2 + y_i^2 - (x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2)](x_{i+1} - x_i)}{2[(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})]}, \end{aligned} \quad (6.4.7)$$

unde

$$x_i = x(t), \quad y_i = y(t), \quad (6.4.8)$$

$$x_{i-1} = x(t - \tau_1), \quad y_{i-1} = y(t - \tau_1), \quad (6.4.9)$$

$$x_{i+1} = x(t + \tau_2), \quad y_{i+1} = y(t + \tau_2), \quad (6.4.10)$$

τ_1 și τ_2 fiind două variații mici ale parametrului t .

Eroarea de determinare a centrului cercului osculator va fi

$$E_1 = \left\| \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2} \quad (6.4.11)$$

În mod analog se poate găsi și eroarea de determinare a razei de curbură

$$E_2 = |r - \rho| \quad (6.4.12)$$

6.5. Exemplu

Să considerăm drept curbă elipsa

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad (6.5.1)$$

în care $a = 20 \text{ mm}$, $b = 10 \text{ mm}$, pentru care putem scrie ecuațiile parametrice

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t. \quad (6.5.2)$$

Pentru simplitate ne vom limita doar la cazul $x > 0$, $y > 0$.

Datele obținute sunt trecute în tabelul de mai jos.

Tabelul 6.5.1. Valori numerice în cazul Exemplului.

θ	m	x_i	y_i	t	x_C	y_C	X	Y	E_1	r	ρ	E_2
1	0,01746	19,98782	0,34889	0,03490	14,96810	-0,00095	14,97262	-0,00127	0,00453	5,03190	5,02741	0,00449
2	0,03492	19,95140	0,69672	0,06973	14,88652	-0,00950	14,89091	-0,01015	0,00444	5,11387	5,10962	0,00426
3	0,05241	19,89103	1,04244	0,10443	14,75198	-0,03299	14,75616	-0,03398	0,00429	5,25037	5,24649	0,00388
4	0,06993	19,80723	1,38506	0,13895	14,56655	-0,07834	14,57044	-0,07971	0,00412	5,44117	5,43779	0,00338
5	0,08749	19,70069	1,72359	0,17322	14,33303	-0,15184	14,33657	-0,15361	0,00396	5,68585	5,68310	0,00276
6	0,10510	19,57225	2,05713	0,20719	14,05486	-0,25896	14,05800	-0,26116	0,00383	5,98380	5,98176	0,00204
7	0,12278	19,42293	2,38484	0,24080	13,73600	-0,40424	13,73870	-0,40691	0,00379	6,33405	6,33280	0,00125
8	0,14054	19,25386	2,70595	0,27401	13,38081	-0,59125	13,38304	-0,59441	0,00387	6,73530	6,73490	0,00040
9	0,15838	19,06628	3,01980	0,30677	12,99393	-0,82248	12,99569	-0,82615	0,00407	7,18586	7,18633	0,00047
10	0,17633	18,86151	3,32579	0,33904	12,58015	-1,09939	12,58144	-1,10359	0,00439	7,68360	7,68496	0,00136
11	0,19438	18,64090	3,62342	0,37078	12,14429	-1,42245	12,14512	-1,42718	0,00480	8,22598	8,22823	0,00224
12	0,21256	18,40587	3,91229	0,40197	11,69110	-1,79119	11,69150	-1,79644	0,00527	8,81009	8,81319	0,00310
13	0,23087	18,15782	4,19206	0,43257	11,22516	-2,20429	11,22516	-2,21006	0,00577	9,43266	9,43658	0,00392
14	0,24933	17,89816	4,46251	0,46257	10,75080	-2,65973	10,75044	-2,66599	0,00628	10,09014	10,09482	0,00468
15	0,26795	17,62825	4,72347	0,49195	10,27207	-3,15487	10,27138	-3,16159	0,00676	10,77876	10,78415	0,00539
16	0,28675	17,34943	4,97487	0,52070	9,79265	-3,68659	9,79167	-3,69374	0,00721	11,49460	11,50063	0,00603
17	0,30573	17,06298	5,21668	0,54880	9,31585	-4,25143	9,31463	-4,25895	0,00762	12,23368	12,24028	0,00659
18	0,32492	16,77010	5,44894	0,57626	8,84459	-4,84566	8,84318	-4,85352	0,00798	12,99202	12,99910	0,00708
19	0,34433	16,47195	5,67175	0,60307	8,38142	-5,46546	8,37985	-5,47358	0,00828	13,76568	13,77318	0,00750
20	0,36397	16,16958	5,88525	0,62923	7,92849	-6,10692	7,92680	-6,11527	0,00852	14,55086	14,55870	0,00784
21	0,38386	15,86399	6,08962	0,65475	7,48758	-6,76620	7,48581	-6,77472	0,00870	15,34393	15,35204	0,00811
22	0,40403	15,55608	6,28507	0,67963	7,06016	-7,43955	7,05833	-7,44819	0,00883	16,14144	16,14974	0,00830
23	0,42447	15,24669	6,47183	0,70388	6,64735	-8,12341	6,64550	-8,13211	0,00890	16,94018	16,94862	0,00844
24	0,44523	14,93655	6,65018	0,72752	6,25001	-8,81438	6,24816	-8,82310	0,00892	17,73721	17,74572	0,00851
25	0,46631	14,62634	6,82038	0,75055	5,86873	-9,50931	5,86690	-9,51801	0,00889	18,52983	18,53836	0,00853
26	0,48773	14,31667	6,98271	0,77298	5,50388	-10,20530	5,50209	-10,21393	0,00882	19,31561	19,32411	0,00850
27	0,50953	14,00807	7,13747	0,79483	5,15565	-10,89969	5,15391	-10,90822	0,00871	20,09240	20,10083	0,00843
28	0,53171	13,70101	7,28496	0,81612	4,82403	-11,59011	4,82235	-11,59851	0,00857	20,85830	20,86662	0,00832
29	0,55431	13,39589	7,42546	0,83686	4,50891	-12,27441	4,50730	-12,28265	0,00840	21,61165	21,61983	0,00817
30	0,57735	13,09307	7,55929	0,85707	4,21002	-12,95073	4,20849	-12,95878	0,00820	22,35105	22,35905	0,00800
31	0,60086	12,79286	7,68672	0,87676	3,92703	-13,61741	3,92558	-13,62527	0,00799	23,07529	23,08310	0,00781
32	0,62487	12,49549	7,80805	0,89595	3,65952	-14,27306	3,65815	-14,28069	0,00775	23,78339	23,79099	0,00760
33	0,64941	12,20120	7,92355	0,91466	3,40701	-14,91646	3,40572	-14,92385	0,00751	24,47455	24,48192	0,00737
34	0,67451	11,91015	8,03350	0,93290	3,16897	-15,54660	3,16776	-15,55375	0,00726	25,14814	25,15527	0,00713
35	0,70021	11,62248	8,13815	0,95069	2,94485	-16,16265	2,94373	-16,16956	0,00700	25,80369	25,81057	0,00688
36	0,72654	11,33831	8,23776	0,96804	2,73408	-16,76396	2,73304	-16,77061	0,00673	26,44085	26,44748	0,00663
37	0,75355	11,05770	8,33258	0,98497	2,53607	-17,34998	2,53510	-17,35637	0,00647	27,05941	27,06579	0,00637
38	0,78129	10,78073	8,42283	1,00150	2,35022	-17,92033	2,34934	-17,92647	0,00620	27,65927	27,66538	0,00612
39	0,80978	10,50741	8,50873	1,01765	2,17596	-18,47472	2,17515	-18,48061	0,00594	28,24040	28,24626	0,00586
40	0,83910	10,23778	8,59052	1,03341	2,01270	-19,01299	2,01196	-19,01862	0,00568	28,80287	28,80848	0,00561
41	0,86929	9,97182	8,66837	1,04882	1,85988	-19,53504	1,85919	-19,54043	0,00543	29,34683	29,35219	0,00536
42	0,90040	9,70953	8,74250	1,06389	1,71693	-20,04087	1,71631	-20,04601	0,00518	29,87246	29,87758	0,00512
43	0,93252	9,45087	8,81307	1,07862	1,58333	-20,53052	1,58276	-20,53542	0,00494	30,38000	30,38488	0,00488
44	0,96569	9,19580	8,88028	1,09304	1,45855	-21,00411	1,45804	-21,00878	0,00470	30,86975	30,87440	0,00465
45	1,00000	8,94427	8,94427	1,10715	1,34210	-21,46181	1,34164	-21,46625	0,00447	31,34203	31,34645	0,00443
46	1,03553	8,69623	9,00521	1,12097	1,23350	-21,90380	1,23309	-21,90803	0,00425	31,79716	31,80137	0,00421

47	1,07237	8,45162	9,06325	1,13451	1,13230	-22,33033	1,13193	-22,33435	0,00404	32,23553	32,23953	0,00400
48	1,11061	8,21036	9,11853	1,14777	1,03807	-22,74166	1,03774	-22,74548	0,00383	32,65752	32,66131	0,00380
49	1,15037	7,97237	9,17117	1,16079	0,95038	-23,13807	0,95009	-23,14169	0,00364	33,06350	33,06710	0,00360
50	1,19175	7,73759	9,22130	1,17355	0,86885	-23,51985	0,86860	-23,52329	0,00345	33,45389	33,45731	0,00342
51	1,23490	7,50593	9,26905	1,18608	0,79312	-23,88732	0,79289	-23,89058	0,00327	33,82908	33,83232	0,00324
52	1,27994	7,27730	9,31452	1,19838	0,72282	-24,24080	0,72262	-24,24389	0,00310	34,18948	34,19255	0,00307
53	1,32704	7,05162	9,35781	1,21047	0,65763	-24,58061	0,65746	-24,58354	0,00293	34,53549	34,53839	0,00291
54	1,37638	6,82880	9,39904	1,22235	0,59723	-24,90708	0,59708	-24,90985	0,00277	34,86750	34,87025	0,00275
55	1,42815	6,60875	9,43828	1,23403	0,54133	-25,22054	0,54120	-25,22316	0,00262	35,18590	35,18850	0,00260
56	1,48256	6,39139	9,47563	1,24552	0,48965	-25,52132	0,48954	-25,52380	0,00248	35,49108	35,49354	0,00246
57	1,53986	6,17663	9,51117	1,25683	0,44192	-25,80973	0,44183	-25,81207	0,00235	35,78341	35,78574	0,00233
58	1,60033	5,96436	9,54498	1,26797	0,39790	-26,08609	0,39783	-26,08831	0,00222	36,06326	36,06546	0,00220
59	1,66428	5,75452	9,57713	1,27894	0,35735	-26,35072	0,35730	-26,35282	0,00210	36,33098	36,33306	0,00208
60	1,73205	5,54700	9,60769	1,28976	0,32007	-26,60393	0,32002	-26,60591	0,00198	36,58691	36,58888	0,00197
61	1,80405	5,34172	9,63673	1,30043	0,28582	-26,84600	0,28579	-26,84787	0,00187	36,83139	36,83325	0,00186
62	1,88073	5,13860	9,66430	1,31095	0,25444	-27,07722	0,25441	-27,07899	0,00177	37,06473	37,06649	0,00176
63	1,96261	4,93754	9,69047	1,32134	0,22572	-27,29788	0,22570	-27,29955	0,00167	37,28725	37,28891	0,00166
64	2,05030	4,73846	9,71528	1,33160	0,19949	-27,50824	0,19949	-27,50982	0,00158	37,49924	37,50081	0,00157
65	2,14451	4,54128	9,73880	1,34173	0,17561	-27,70856	0,17560	-27,71006	0,00150	37,70098	37,70247	0,00149
66	2,24604	4,34590	9,76106	1,35175	0,15390	-27,89909	0,15390	-27,90051	0,00141	37,89274	37,89415	0,00141
67	2,35585	4,15226	9,78211	1,36166	0,13422	-28,08007	0,13423	-28,08141	0,00134	38,07479	38,07612	0,00133
68	2,47509	3,96026	9,80199	1,37147	0,11645	-28,25173	0,11646	-28,25300	0,00126	38,24737	38,24862	0,00126
69	2,60509	3,76983	9,82075	1,38117	0,10044	-28,41428	0,10045	-28,41548	0,00120	38,41070	38,41189	0,00119
70	2,74748	3,58089	9,83841	1,39078	0,08607	-28,56793	0,08609	-28,56906	0,00113	38,56502	38,56615	0,00113
71	2,90421	3,39335	9,85501	1,40030	0,07324	-28,71287	0,07326	-28,71395	0,00108	38,71053	38,71160	0,00107
72	3,07768	3,20715	9,87059	1,40974	0,06183	-28,84930	0,06185	-28,85032	0,00102	38,84743	38,84844	0,00101
73	3,27085	3,02220	9,88517	1,41911	0,05173	-28,97738	0,05176	-28,97835	0,00097	38,97591	38,97687	0,00096
74	3,48741	2,83843	9,89878	1,42839	0,04285	-29,09728	0,04288	-29,09820	0,00092	39,09614	39,09706	0,00092
75	3,73205	2,65576	9,91144	1,43761	0,03510	-29,20916	0,03512	-29,21004	0,00088	39,20829	39,20916	0,00087
76	4,01078	2,47413	9,92319	1,44677	0,02837	-29,31316	0,02840	-29,31399	0,00083	39,31250	39,31333	0,00083
77	4,33148	2,29345	9,93403	1,45587	0,02259	-29,40941	0,02262	-29,41021	0,00080	39,40893	39,40972	0,00079
78	4,70463	2,11366	9,94400	1,46492	0,01768	-29,49804	0,01771	-29,49880	0,00076	39,49769	39,49845	0,00076
79	5,14455	1,93469	9,95310	1,47391	0,01356	-29,57917	0,01358	-29,57990	0,00073	39,57892	39,57965	0,00073
80	5,67128	1,75646	9,96136	1,48286	0,01014	-29,65289	0,01016	-29,65359	0,00070	39,65272	39,65342	0,00070
81	6,31375	1,57890	9,96879	1,49177	0,00736	-29,71931	0,00738	-29,71998	0,00068	39,71920	39,71987	0,00068
82	7,11537	1,40195	9,97540	1,50064	0,00515	-29,77850	0,00517	-29,77916	0,00065	39,77844	39,77909	0,00065
83	8,14435	1,22554	9,98121	1,50948	0,00344	-29,83055	0,00345	-29,83119	0,00064	39,83051	39,83115	0,00064
84	9,51436	1,04959	9,98622	1,51829	0,00215	-29,87553	0,00217	-29,87615	0,00062	39,87551	39,87613	0,00062
85	11,43005	0,87405	9,99045	1,52708	0,00124	-29,91349	0,00125	-29,91410	0,00060	39,91348	39,91408	0,00060
86	14,30067	0,69884	9,99389	1,53585	0,00063	-29,94448	0,00064	-29,94507	0,00059	39,94448	39,94507	0,00059
87	19,08114	0,52390	9,99657	1,54460	0,00026	-29,96854	0,00027	-29,96913	0,00058	39,96854	39,96913	0,00058
88	28,63625	0,34915	9,99848	1,55334	0,00007	-29,98571	0,00008	-29,98629	0,00058	39,98571	39,98629	0,00058
89	57,28996	0,17454	9,99962	1,56207	0,00001	-29,99600	0,00001	-29,99657	0,00057	39,99600	39,99657	0,00057

6.6. Traectoria sculei

Vom reveni la cazurile prezentate în capitolele precedente. Pentru fiecare situație în parte au fost determinate traiectoria sculei și raza de curbura cu semn (o rază de curbura negativă semnifică o suprafață concavă pentru camă) a suprafeței camei.

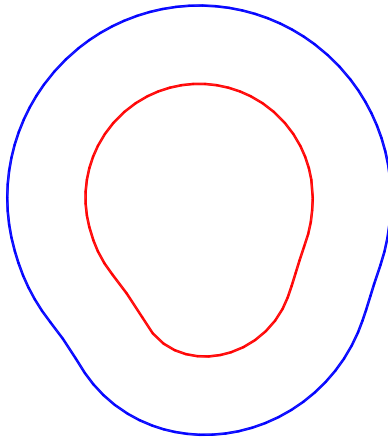


Fig. 6.6.13. Traectoria sculei pentru cama din cazul 4.

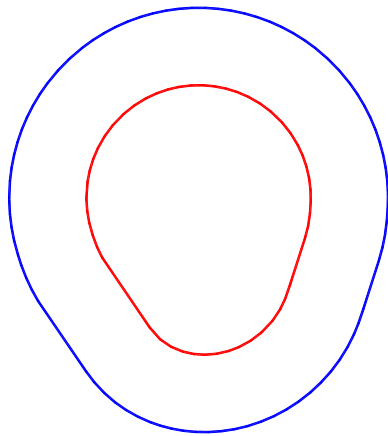


Fig. 6.6.14. Traectoria sculei pentru cama Jarvis din cazul 4.

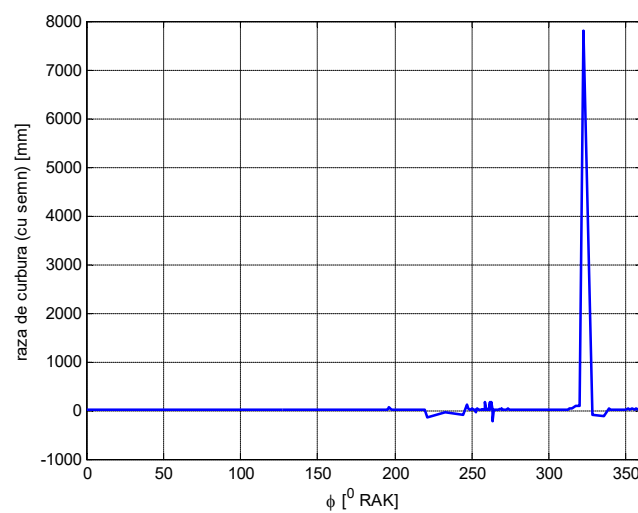


Fig. 6.6.15. Raza de curbura cu semn pentru cama din cazul 4.

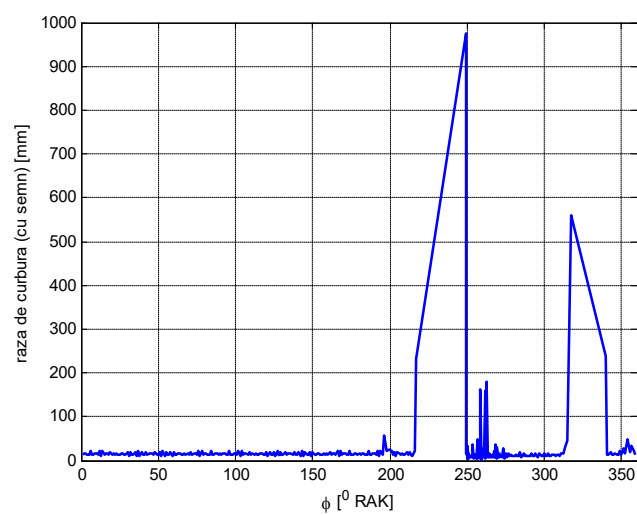


Fig. 6.6.16. Raza de curbura cu semn pentru cama Jarvis din cazul 4.

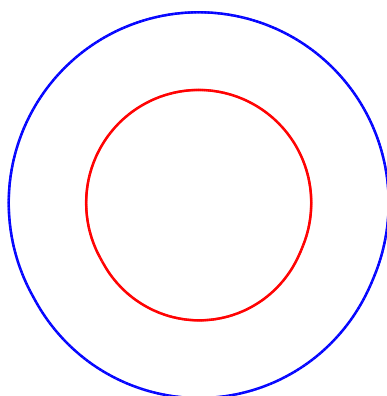


Fig. 6.6.25. Traiectoria sculei pentru cama din cazul 5b.

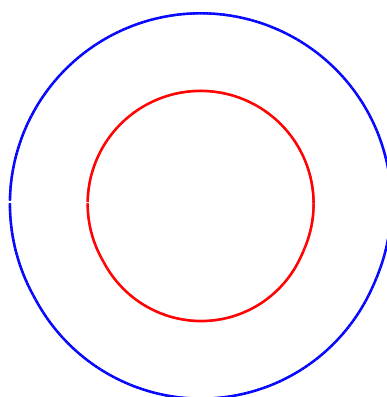


Fig. 6.6.26. Traiectoria sculei pentru cama Jarvis din cazul 5b.

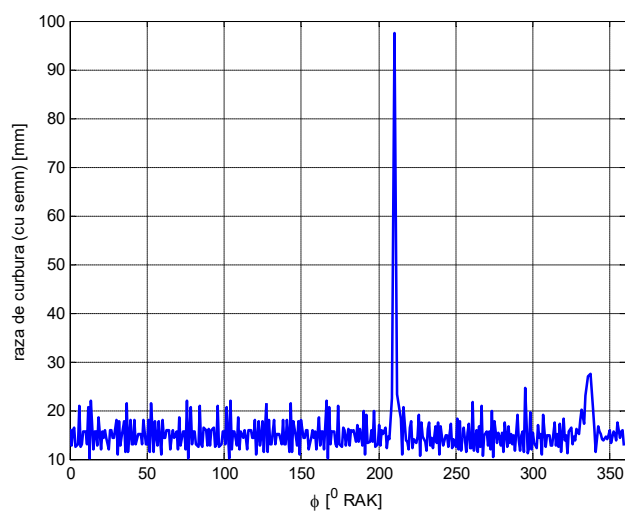


Fig. 6.6.27. Raza de curbura cu semn pentru cama din cazul 5b.

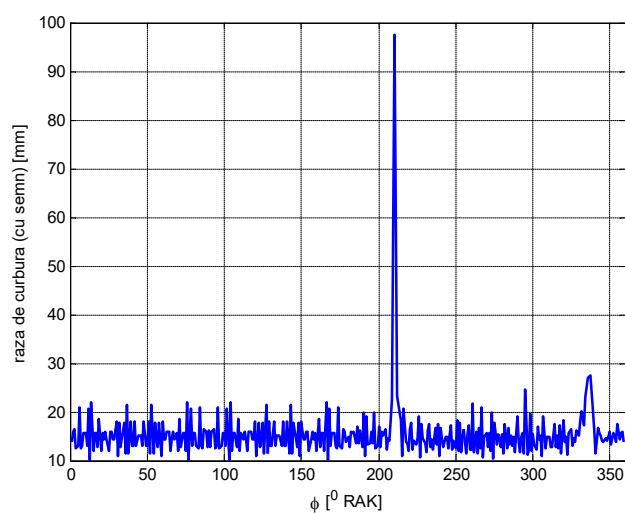


Fig. 6.6.28. Raza de curbura cu semn pentru cama Jarvis din cazul 5b.

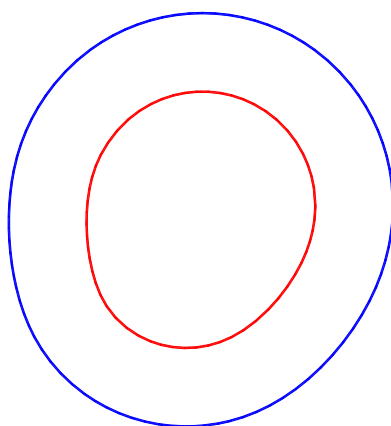


Fig. 6.6.41. Traectoria sculei pentru cama din cazul 7.

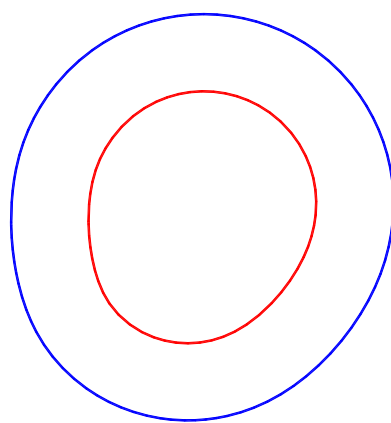


Fig. 6.6.42. Traectoria sculei pentru cama Jarvis din cazul 7.

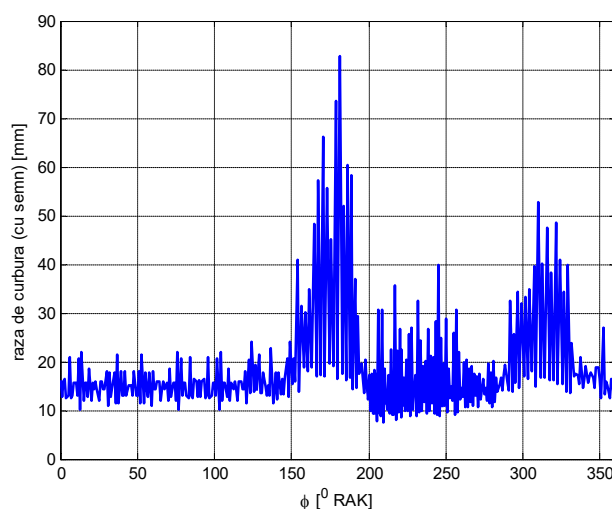


Fig. 6.6.43. Raza de curbura cu semn pentru cama din cazul 7.

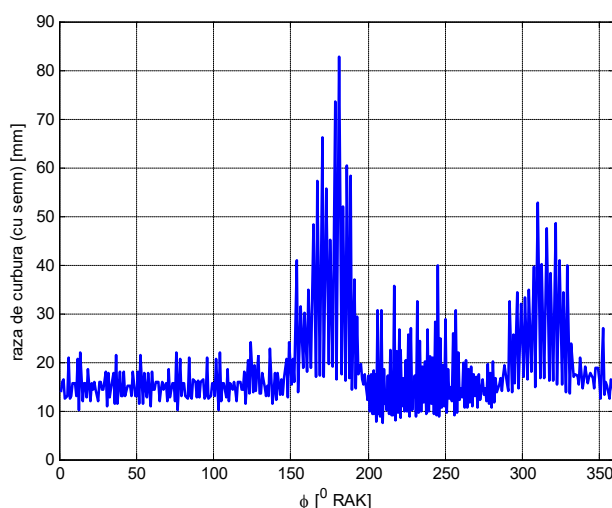


Fig. 6.6.44. Raza de curbura cu semn pentru cama Jarvis din cazul 7.

6.7. Discuții

Camele realizate fizic au fost prelucrate pe mașini unelte cu comandă numerică pe baza metodei prezentate mai sus. De fiecare dată, raza sculei a fost $R_f = 10$ mm.

Verificarea corectitudinii procedurii teoretice a fost realizată prin compararea camei obținute pe baza traseului determinat prin calcul cu cama reală aflată pe un motor Renault (cazul 4 descris mai sus).

Pentru camele convexe, cama reală coincide cu cama Jarvis, traiectoria sculei pentru realizarea camei reale coincide cu traiectoria sculei pentru realizarea camei Jarvis, iar razele

de curbură cu semn sunt aceleași pentru cama reală și cama Jarvis și, în plus, aceste raze de curbură cu semn sunt întotdeauna pozitive.

În cazul în care cama obținută nu este convexă, în sensul că există zone în care ea are o formă concavă, discuția este ceva mai complicată. Evident, traiectoria sculei pentru obținerea camei reale nu mai coincide cu traiectoria sculei pentru obținerea camei Jarvis, dar raza de curbură cu semn pentru cama Jarvis (rază de curbură cu semn care este întotdeauna pozitivă, cama Jarvis fiind una convexă) nu se poate deduce direct din raza de curbură cu semn a camei reale. Mai mult, prin alegerea următorului punct din marșul lui Jarvis ca fiind cel mai îndepărtat punct de punctul curent și care lasă punctele nealese încă de aceeași parte a dreptei ce trece prin el și prin punctul ultim selectat, raza de curbură în cazul camei Jarvis nu poate avea o valoare infinită.

Cama Jarvis prezintă un anumit fenomen de netezire a camei reale, conducând uneori la raze de curbură mai mari decât modulele razelor de curbură cu semn din cazul camelor reale corespunzătoare.

Capitolul 7

CONCLUZII. CONTRIBUȚII ORIGINALE. DIRECȚII VIITOARE DE STUDIU

7.1. Concluzii

Din teza de doctorat *Contribuții la studiul mecanismelor de distribuție cu came, specifice motoarelor cu ardere internă ce funcționează după ciclul Miller-Atkinson* se desprind următoarele concluzii:

1. Ciclul Miller-Atkinson este o alternativă viabilă pentru ciclurile reale ale motoarelor cu ardere internă, conducând la o reducere a emisiilor de gaze poluante la un randament sensibil egal.

2. Tipul de contact dintre rolă și capul supapei determină în mod unic deplasarea unghiulară a culbutorului.

3. Deplasările unghiulare ale culbutorului în diferite condiții de contact se deduc prin rezolvarea unor ecuații neliniare implicite; rezolvarea acestor ecuații se face în general prin metode numerice.

4. Determinarea vitezelor și accelerațiilor reduse se determină folosind teoria funcțiilor implicite pentru funcțiile neliniare obținute.

5. Camele rezultate prin sinteză nu sunt, în general, convexe, fapt ce complică tehnologia de obținere a acestora (se impune, cel puțin, o dimensiune maximă pentru raza sculei așchietoare).

6. Camele rezultate prin sinteză se pot transforma în unele convexe prin utilizarea Marșului lui Jarvis. Camele convexe astfel obținute nu mai respectă întru totul legea de deplasare a supapei pe zonele de deschidere, respectiv închidere, a acesteia. Aceste zone sunt exact cele care conduc la cele mai mari valori pentru accelerații. Valorile noi obținute pentru aceste accelerații, corespunzătoare camelor convexe obținute cu ajutorul Marșului lui Jarvis, au același ordin de mărime cu valorile obținute pentru cama reală.

7. Deoarece valorile obținute pentru unghiul de rotație al camei nu sunt echidistante a trebuit efectuată și o interpolare (am ales interpolarea liniară) pentru determinarea mărimilor caracteristice pentru valori echidistante (din grad în grad).

8. Pentru un anume mecanism de distribuție se pot obține diverse came derivate prin utilizarea metodei prezentate, metodă care folosește scalarea pe două direcții a legii de deplasare a supapei.

9. Pornind de la o lege de deplasare a supapei și un anumit mecanism de distribuție, nu se pot realiza orice came derivate se dorește, cu alte cuvinte, gama de came derivate posibile este una limitată (mecanismul se blochează, există condiții de spațiu disponibil etc.).

10. Metoda propusă de prelucrare a camelor pe mașini unelte cu comandă numerică este o metodă viabilă în sensul că se obțin came cu precizia dorită. Programarea mașinii unelte este mai dificilă deoarece unghiul de poziție al axei sculei nu coincide cu unghiul curent pe camă (trebuie creat un tabel de puncte prin care trece axa sculei). Precizia de obținere a camelor crește atunci când numărul punctelor de diviziune crește (se folosește un pas unghiular mai mic), dar cresc timpii necesari programării mașinii unelte și determinării punctelor intermediare.

7.2. Contribuții originale

În cadrul tezei de doctorat se regăsesc următoarele contribuții originale:

- Studiul deplasării unghiulare a tachtului pentru diferite condiții de contact dintre rolă și capul supapei.
- Obținerea formulelor analitice pentru calculul deplasării unghiulare a tachtului.
- Obținerea derivatei unghiului de rotație în funcție de înălțimea de ridicare a supapei.
- Determinarea vitezei relative dintre rolă și capul supapei.
- Realizarea sintezei camei folosind datele unui mecanism de distribuție real și considerând diferite tipuri de contact dintre rolă și capul supapei.
- Obținerea camelor convexe cu ajutorul marșului lui Jarvis pentru cazurile determinate.
- Utilizarea a două noi legi de ridicare a supapei pentru sarcină totală și sarcină parțială, camele obținute fiind convexe.
- Analiza camelor obținute pentru a vedea dacă acestea conduc la legea de mișcare impusă supapei.
- Construirea diagramelor referitoare la legea de mișcare a supapei, viteza și accelerația liniară reduse și unghiul de contact pe rolă.
- Construirea unor legi noi de deplasare a supapei prin scalarea legii clasice.
- Determinarea traiectoriei sculei pentru obținerea unui anumit profil de camă.
- Realizarea practică a camei.
- Compararea camei prelucrate cu cea reală.

7.3. Direcții viitoare de studiu

Prezenta teză de doctorat dă un răspuns detaliat în ceea ce privește analiza și sinteza unui mecanism de distribuție utilizat în practică și propune două noi profile de camă adaptate mecanismului pentru modificarea ciclului de funcționare al motorului în Miller-Atkinson. Cercetările viitoare vor fi concentrate cel puțin asupra acestor aspecte:

- Studiul performanțelor motorului echipat cu noile profile de camă.
- Studiul influenței diversilor parametri asupra mărimilor caracteristice (viteză, accelerație etc.).
- Analiza și determinarea condițiilor în care pot fi realizate și folosite camele derivate.

- Utilizarea altor metode de interpolare (pătratică, utilizând diverse funcții speciale etc.) pentru determinarea profilului camei, precum și a traiectoriei sculei.
- Analiza și altor mecanisme de distribuție, teoretice sau implementate deja pe diverse motoare în scopul determinării profilelor de came.
- Determinarea pe cât posibil a condițiilor în care camele obținute sunt unele convexe.
- Utilizarea unor noi metode și algoritmi, altele decât marșul lui Jarvis, pentru determinarea camelor convexe și compararea rezultatelor obținute.

BIBLIOGRAFIE

1. Benajes J., Molina S., Novella R., Belarte E., *Evaluation of massive exhaust gas recirculation and Miller cycle strategies for mixing-controlled low temperature combustion in a heavy duty diesel engine*, Energy, Volume 71, 15 July 2014, 355-366, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.04.083>.
2. Boyd S., Vandenberghe L., *Convex Optimization*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2016, ISBN: 978-1316603598.
3. Bizîiac A. C., *Cercetări privind ameliorarea performanţelor energetice ale unui motor cu aprindere prin scânteie prin realizarea variaţiei înălţimii de ridicare a supapelor de admisie*, Piteşti, 2011.
4. Chanda L., Cripps R. J., *Characterising the effects of shape on tool path motion*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 132, 2018, 17-35, <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2018.04.005>.
5. Clenci A., Hara V., *Analytical Synthesis of Intake Cam in Order to Obtain Miller Cycle Technology*, Mobility & Vehicle Mechanics International Conference, Kragujevac 2002.
6. Clenci A., Hara V., Stănescu, N. D., Bizîiac A., Niculescu R., *Analytical synthesis and computer aided kinematic analysis of a continuously variable valve lift mechanism*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 231, 2, 2017, 309-325, <https://doi.org/10.1177/0954406215620686>.
7. Clenci A., Ivan F., Racota R., *The need for supercharging the Miler cycle engine*, Prima conferinţă internaţională, SMAT, Craiova 2001.
8. Clenci A., Ivan F., Racotă R., *Studiu Teoretic asupra Destinderii Prelungite la M.A.S.*, Prima Conferinţă Naţională cu participare internaţională, AMMA, Cluj 2002.
9. Clenci A., Ivan F., Racotă R., *Higher Expansion or Higher Compression at S.I.E.*, The 7th International Conference ESFA, organized under the FISITA patronage, Bucureşti 2003.
10. Clenci A., Podevin P., Descombes G., *Etude thermodynamique de la detente prolongee dans les moteurs a allumage commande*, Colloque Francophone sur l'Energie, Environnement, Economie et Thermodynamique, COFRET'08, Nantes, France.
11. Capaldi P., *A high efficiency 10 kWe microcogenerator based on an Atkinson cycle internal combustion engine*, Applied Thermal Engineering, Volume 71, Issue 2, 22 October 2014, 913-920, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.02.035>.
12. Capaldi P., *A high efficiency 20 kWe microcogeneration unit based on a turbocharged automotive gas engine*, Applied Thermal Engineering, Volume 109, Part A, 25 October 2016, 803-808, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.03.019>.
13. Dembinski H., Lewis C., *Miller-cycle on a heavy duty engine*, Master of Science Thesis MMK 2009:1 MFM124, 2009.
14. de Souza A. F., Machado A., Fischer Beckert S., Diniz A. E., *Evaluating the Roughness According to the Tool Path Strategy When Milling Free Form Surfaces for Mold Application*, Procedia CIRP 14, 2014, 188-193, <https://doi.org/10.1016/j.procir.2014.03.089>.
15. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *Miller-Atkinson Internal Combustion Engine*, University of Piteşti, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXII, no. 26, 2016, 58-63.
16. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *The Analysis of a Distribution Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, ACOUSTICS AND VIBRATION OF MECHANICAL STRUCTURES (AVMS-2017), Edited by: Herisanu, N; Marinca, V, Book Series: Springer Proceedings in Physics Volume: 198, 2018, 367-374, 10.1007/978-3-319-69823-6_43, 14th International Conference on Acoustics and Vibration of Mechanical Structures (AVMS) Location: Timişoara, ROMANIA Date: MAY 25-26, 2017, Publisher: SPRINGER-VERLAG BERLIN, HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, WOS:000437313600043, ISBN:978-3-319-69823-6; 978-3-319-69822-9, ISSN: 0930-8989, eISSN: 1867-4941.
17. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., *Nonlinear Vibrations of a Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING VIBRATION (ICOEV 2017), Edited by: Manoach, E; Stoykov, S; Wiercigroch, M, Book Series: MATEC Web of Conferences, Volume: 148, Article Number: UNSP 13001, 2018, 10.1051/mateconf/201814813001, International Conference on Engineering Vibration (ICOEV) Location: Sofia, BULGARIA Date: SEP 04-07, 2017, Publisher: E D P SCIENCES, 17 AVE DU HOGGAR PARC D ACTIVITES COUTABOEUF BP 112, F-91944 CEDEX A, FRANCE, WOS: 000432193500061, ISSN: 2261-236X.
18. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., Pandrea N., *Synthesis of the Cam and Determination of the Reduced Angular Velocity and Acceleration of the Lever of a Distribution Mechanism for a Miller-Atkinson Cycle*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume: 60, Issue: 4, 2017, 639-648, WOS:000428901100029, ISSN: 1221-5872.
19. Dragomir I., Mănescu B., Stănescu N.-D., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Elements of Cam's Synthesis for a Distribution Mechanism for the Miller-Atkinson Cycle*, International Congress of Automotive and Transport Engineering – Mobility Engineering and Environment (CAR2017), Book Series: IOP Conference Series-Materials Science and Engineering, Volume: 252, Article Number: UNSP 012074, 2017, 10.1088/1757-899X/252/1/012074, WOS: 000419817200074.
20. Dragomir I., Stănescu N.-D., *Determination of the Tool's Trajectory for the Manufacturing of the Profile of a Cam*, International Congress of Automotive and Transport Engineering AMMA2018 2018: Proceedings of the 4th International Congress of Automotive and Transport Engineering (AMMA 2018), Editors Nicolae Burnete, Bogdan Ovidiu Varga, 2018, 383-389, https://doi.org/10.1007/978-3-319-94409-8_44, Publisher Name: Springer, Cham, Print ISBN: 978-3-319-94408-1,

- Online ISBN: 978-3-319-94409-8.
21. Dragomir I., Stănescu N.-D., Clenci A., Popa D., *Recovery of a Real Cam by Using the Jarvis March*, Acta Technica Corviniensis, Tome IX, Fascicle 4, 2016, 27-30, ISSN, 2067-3809.
 22. DiMarco C., Ziegert J. C., Vermillion C., *Exponential and sigmoid-interpolated machining trajectories*, Journal of Manufacturing Systems 37 (2), 2015, 535-541, DOI: 10.1016/j.jmsy.2015.04.007.
 23. De Ojeda W., *Effect of variable valve timing on diesel combustion Characteristics*, SAE paper 2010-01-1124, 2010.
 24. Dobrucali E., *The effects of the engine design and running parameters on the performance of a Otto-Miller Cycle engine*, Energy, Volume 103, 15 May 2016, 119-126, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.160>.
 25. Dumitrescu V., *Dispozitiv pentru modificarea fazelor de distribuție la motoarele cu ardere internă*, Brevet de invenție nr. 63481 din 28.01.1976
 26. Dumitrescu V., *Dispozitiv pentru modificarea fazelor de distribuție la motoarele cu ardere internă*, Brevet de invenție nr. 74461 din 14.04.1979
 27. Dumitrescu V., *Mecanism de distribuție cu supape duble coaxiale*, Brevet de invenție nr. 77426 din 22.06.1981
 28. Ebrahimi R., *Effects of mean piston speed, equivalence ratio and cylinder wall temperature on performance of an Atkinson engine*, Mathematical and Computer Modelling, Volume 53, Issues 5–6, March 2011, 1289-1297, <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2010.12.015>.
 29. Ebrahimi R., *Thermodynamic modeling of performance of a Miller cycle with engine speed and variable specific heat ratio of working fluid*, Computers & Mathematics with Applications, Volume 62, Issue 5, September 2011, 2169-2176, <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2011.07.002>.
 30. Ebrahimi R., *Performance analysis of an irreversible Miller cycle with considerations of relative air-fuel ratio and stroke length*, Applied Mathematical Modelling, Volume 36, Issue 9, September 2012, 4073-4079, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.031>.
 31. Giri J., Giri P., Chadge R., *Neural Network Based Modelling of Time Optimal Interpolation of Non-linear Trajectory*, Materials Today: Proceedings 5 (2-2), 2018, 7981-7990, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.482>.
 32. Gonca G., Sahin B., *The influences of the engine design and operating parameters on the performance of a turbocharged and steam injected diesel engine running with the Miller cycle*, Applied Mathematical Modelling, Volume 40, Issues 5–6, March 2016, 3764-3782, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.10.044>.
 33. Gonca G., Sahin B., Parlak A., Ayhan V., Cesur I., Koksall S., *Investigation of the effects of the steam injection method (SIM) on the performance and emission formation of a turbocharged and Miller cycle diesel engine(MCDE)*, Energy, Volume 119, 15 January 2017, 926-937, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.11.048>.
 34. Gonca G., Sahin B., Parlak A., Ust Y., Ayhan V., Cesur I., Boru B., *Theoretical and experimental investigation of the Miller cycle diesel engine in terms of performance and emission parameters*, Applied Energy, Volume 138, 15 January 2015, 11-20, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.10.043>.
 35. Gonca G., Sahin B., Ust Y., *Performance maps for an air-standard irreversible Dual-Miller cycle (DMC) with late inlet valve closing (LIVC) version*, Energy, Volume 54, 1 June 2013, 285-290, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.02.004>.
 36. Hara V., Clenci A., Descombes G., Podevin P., *Motor termic adaptativ*, Brevet de invenție 122683 din 30.11.2009.
 37. He Y., Liu J., Sun D., Zhu B., *Development of an aggressive Miller Cycle engine with extended LIVC and a tow-stage turbocharger*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, First Published 28 Dec 2017, <https://doi.org/10.1177/0954407017745220>.
 38. He Y., Liu J., Zhu B., Sun D., *Research on and development of a Miller cycle engine with multi-stage boosting*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 230, 11, 2016, 1546-1557, <https://doi.org/10.1177/0954407016617568>.
 39. He Y., Liu J., Zhu B., Sun D., *Development of a Miller cycle engine with single-stage boosting and cooled external exhaust gas recirculation*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 231, 6, 2017, 766-780, <https://doi.org/10.1177/0954407016662567>.
 40. Hara V., Manda A., Boncea S., *Motor termic adaptativ*, Brevet de invenție RO91702 din 30.05.1987.
 41. Contract de cercetare științifică nr. 134/1991, faza A 1993, *Determinarea funcției de transmitere a mecanismelor pentru reglarea cursei de ridicare a supapelor*, responsabil contract – Hara V., responsabil faza A – Pandrea N.
 42. Hara V., Pandrea N., Popa D., Stan M., Boncea S., *Motoare termice adaptative*, Editura Atelierul de Multiplicare al Universității din Pitești, Pitești, 2002.
 43. Holst F., Solbreck M., *Numerical and Experimental investigation of the Atkinson Cycle on a 2.0 liter 4-cylinder Turbocharged SI-engine*, Master Thesis in Automotive Engineering, Chalmers University of Technology, 2014, Sweden.
 44. He Y., Sun D., Liu J., Zhu B., *Optimization of a turbocharger and supercharger compound boosting system for a Miller cycle engine*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 232, 2, 2018, 238-253, <https://doi.org/10.1177/0954407017695136>.
 45. Hamarashid L., *GT-Power Modeling of a 6-Cylinder Natural Gas Engine and Investigation of the Possible Performance Improvements by Studying the Miller Cycle*, Thesis for the degree of Master of Science, Lund University, 2008, Suedia.
 46. https://www.energy.gov/sites/prod/files/2016/06/f32/ace093_sczomak_2016_o_web.pdf
 47. <http://www.auto-innovations.com/site/brevetech/vw15evo.html>
 48. <http://www.greencarcongress.com/2016/08/20160817-audi.html>
 49. <https://www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/OVERVIEW/hr12ddr.html>
 50. <https://www.upit.ro>
 51. Jarvis R. A., *On the identification of the convex hull of a finite set of points in the plane*, Information Processing Letters, Volume 2, Issue 1, March 1973, 18-21, [https://doi.org/10.1016/0020-0190\(73\)90020-3](https://doi.org/10.1016/0020-0190(73)90020-3).
 52. Kéromnès A., Delaporte B., Schmitz G., Le Moyne L., *Development and validation of a 5 stroke engine for range extenders application*, Energy Conversion and Management, 82, 2014, 259–267, 10.1016/j.enconman.2014.03.025.

53. Li L., Deng X., Zhao J., Zhao F., Sutherland J. W., *Multi-objective optimization of tool path considering efficiency, energy-saving and carbon-emission for free-form surface milling*, Journal of Cleaner Production 172, 2018, 3311-3322, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.07.219>.
54. Lin Z., Fu J., Shen H., Gan W., Yue S., *Tool path generation for multi-axis freeform surface finishing with the LKH TSP solver*, Computer-Aided Design 69, 2015, 51-61, doi>10.1016/j.cad.2015.07.002
55. Li B., Hu J., Chen D., Li B., Zhang H., He J., *Numerical Algorithm of Non-circular Gear's Tooth Profile Based on Jarvis March*, International Conference on Human Centered Computing, HCC 2016: Human Centered Computing, 2016, 689-694, https://doi.org/10.1007/978-3-319-31854-7_64.
56. Luksho V., Kozlov V., Kutenev V., Panchishniy V., *The creation of a neutralization system for a high-efficiency gas engine*, Biosciences Biotechnology Research Asia, Vol.12(3), 2015, 2861-2867, <http://dx.doi.org/10.13005/bbra/1971>.
57. Li T., Wang B., Zheng B., *A comparison between Miller and five-stroke cycles for enabling deeply downsized, highly boosted, spark-ignition engines with ultra expansion*, Energy Conversion and Management, Volume 123, 1 September 2016, 140-152, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.06.038>.
58. Lin J., Xu Z., Chang S., Yan H., *Finite-time thermodynamic modeling and analysis of an irreversible Miller cycle working on a four-stroke engine*, International Communications in Heat and Mass Transfer, Volume 54, May 2014, 54-59, <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.03.012>.
59. Li T., Gao Y., Wang J., Chen Z., *The Miller cycle effects on improvement of fuel economy in a highly boosted, high compression ratio, direct-injection gasoline engine : EIVC vs LIVC*, Energy Conversion and Management, Volume 79, March 2014, 59-65, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2013.12.022>.
60. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *A Background of Variable Compression Ratio Engines*, University of Pitești, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXII, no. 26, 2016, 64-71.
61. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *The Transitory Vibrations for a Variable Compression Ratio Mechanism*, ACOUSTICS AND VIBRATION OF MECHANICAL STRUCTURES (AVMS-2017), Edited by: Herisanu, N; Marinca, V, Book Series: Springer Proceedings in Physics, Volume: 198, 2018, 375-380, 10.1007/978-3-319-69823-6_44, 14th International Conference on Acoustics and Vibration of Mechanical Structures (AVMS) Location: Timișoara, ROMANIA Date: MAY 25-26, Publisher: SPRINGER-VERLAG BERLIN, HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, WOS:000437313600044, ISBN:978-3-319-69823-6; 978-3-319-69822-9, ISSN: 0930-8989, eISSN: 1867-4941.
62. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., *Influences of the Control on the Nonlinear Vibrations of a Variable Compression Ratio Mechanism*, INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING VIBRATION (ICOEV 2017), Edited by: Manoach, E; Stoykov, S; Wiercigroch, M, Book Series: MATEC Web of Conferences, Volume: 148, Article Number: UNSP 13002, 2018, 10.1051/mateconf/201814813002, International Conference on Engineering Vibration (ICoEV) Location: Sofia, BULGARIA Date: SEP 04-07, 2017, Publisher: E D P SCIENCES, 17 AVE DU HOGGAR PARC D ACTIVITES COUTABOEUF BP 112, F-91944 CEDEX A, FRANCE, WOS: 000432193500062, ISSN: 2261-236X.
63. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., Pandrea N., *Study of the Influence of Geometric Parameters on the Displacement of piston and Compression Ratio for a Variable Compression Ratio Mechanism*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume: 60, Issue: 4, 2017, 649-658, WOS:000428901100030, ISSN: 1221-5872.
64. Mănescu B., Dragomir I., Stănescu N.-D., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Aspects in the Synthesis of a Variable Compression Ratio Mechanism*, International Congress of Automotive and Transport Engineering – Mobility Engineering and Environment (CAR2017), Book Series: IOP Conference Series-Materials Science and Engineering, Volume: 252, Article Number: UNSP 012075, 10.1088/1757-899X/252/1/012075, WOS: 000419817200075.
65. Murata Y., Kusaka J., Odaka M., Daisho Y., Kawano D., Suzuki H., Ishii H., Goto Y., *Achievement of medium engine speed and load premixed diesel combustion with variable valve timing*, SAE paper 2006-01-0203, 2006.
66. Makarovskikh T. A., Panyukov A. V., *The Cutter Trajectory Avoiding Intersections of Cuts*, IFAC-Papers On Line 50 (1), 2017, 2284-2289, DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.226.
67. Mineo C., Pierce S. G., Nicholson P. I., Cooper I., *Introducing a novel mesh following technique for approximation-free robotic tool path trajectories*, Journal of Computational Design and Engineering 4 (3), 2017, 192-202, <https://doi.org/10.1016/j.jcde.2017.01.002>.
68. Ma J., Song D., Jia Z., Hu G., Su W., Si L., *Tool-path planning with constraint of cutting force fluctuation for curved surface machining*, Precision Engineering 51, 2018, 614-624, <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2017.11.002>.
69. Mihalcea S., Stănescu N.-D., Popa D., *Synthesis and kinematic and dynamic analysis of a variable valve lift mechanism with general contact curve*, PROCEEDINGS OF THE INSTITUTION OF MECHANICAL ENGINEERS PART K-JOURNAL OF MULTI-BODY DYNAMICS, Volume 229, Issue 1, 2015, 65-83, 10.1177/1464419314546921, WOS: 000350149400004.
70. Martins M. E. S., Lanzaova T. D. M., *Full-load Miller cycle with ethanol and EGR: Potential benefits and challenges*, Applied Thermal Engineering, Volume 90, 5 November 2015, 274-285, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.06.086>.
71. Mihalcea S., *Contribuții la analiza cinematică, sinteza și optimizarea mecanismelor de distribuție cu variație continuă a înălțimii de ridicare a supapelor pentru MAI*, Pitești, 2012.
72. Nojehdeh V., Habibi M., Arezoo B., *Tool path accuracy enhancement through geometrical error compensation*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 51 (6), 2011, 471-482, <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2011.02.005>.
73. Nitesh K., Jana P. K., *Relay Node Placement with Assured Coverage and Connectivity: A Jarvis March Approach*, Wireless Personal Communications, January 2018, Volume 98, Issue 1, 1361-1381, <https://doi.org/10.1007/s11277-017-4922-8>.
74. Okamoto K., Zhang F., Morimoto S., Shoji F., *Development of a high-performance gas engine operating at a stoichiometric condition effect of Miller cycle and EGR*, CIMAC Congress, 1998, Copenhagen.
75. Podevin P., Clenci A., *Moteurs à taux de compression variable*, BM 2525, 2008, Editions Techniques de l'Ingénieur, ISBN

- 1762-8768, France.
76. Popa C. M., Popa. D, Stănescu N.-D., Pandrea N., *Mobile Cam Mechanisms Synthesis Using the Characteristic Points. Part I: - Theoretical Notions and Calculation Algorithms*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume 60, Issue 4, 2017, 597-602, WOS: 000428901100023.
 77. Popa C. M., Popa. D, Stănescu N.-D., Pandrea N., *Mobile Cam Mechanisms Synthesis Using the Characteristic Points. Part I: - Applications*, Acta Technica Napocensis Series-Applied Mathematics Mechanics and Engineering, Volume 60, Issue 4, 2017, 603-612, WOS: 000428901100024.
 78. Petunin A. A., Stylios C., *Optimization Models of Tool Path Problem for CNC Sheet Metal Cutting Machines*, IFAC-Papers On Line, 49 (12), 2016, 23-28. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.544>.
 79. Popa C. M., *Contribuții la optimizarea constructivă a mecanismelor complexe cu came*, Teză de doctorat, Pitești, 2008.
 80. Luo Q., Sun B., *Effect of the Miller cycle on the performance of turbocharged hydrogen internal combustion engines*, Energy Conversion and Management, Volume 123, 1 September 2016, 209-217, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.06.039>.
 81. Ribeiro B., Martins J., *Direct Compression of an Engine Working under Otto, Miller and Diesel cycles: Thermodynamic Analysis and Real Engine Performance*, SAE International 2007-01-0261, 2007.
 82. Stănescu, N.-D., Dragomir, I., Clenci, A., Popa, D., *Synthesis of the cams using the Jarvis march*, University of Pitești, Scientific Bulletin, Automotive series, year XXI, no. 25, 2015, 50-55.
 83. Stănescu N.-D., Dragomir I., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Geometric Constraints at the Valve Actuation Mechanism with Spherical Contact between the Lever and the Head of the Valve*, Proceedings of The International Congress of Automotive and Transport Engineering CONAT 2016, Brașov, Transilvania University of Brașov, 43-51, ISSN 2069-0401.
 84. Stănescu N.-D., Dragomir I., Pandrea N., Clenci A., Popa D., *Geometric Constraints at the Valve Actuation Mechanism with Spherical Contact Between the Lever and the Head of the Valve*, INGINERIA AUTOMOBILULUI, Issue: 43, 20-22, WOS: 000409240700006.
 85. Shojaeefard M., Keshavarz M., *Mathematical modeling of the complete thermodynamic cycle of a new Atkinson cycle gas engine*, Applied Thermal Engineering, Volume 91, 5 December 2015, 866-874, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.08.102>.
 86. Stănescu N.-D., Popa D., *Stability of the equilibrium positions of an engine with nonlinear quadratic springs*, Central European Journal of Engineering, June 2014, Volume 4, Issue 2, 170-177, <https://doi.org/10.2478/s13531-013-0138-1>.
 87. Sendyka B., Sochan A., *Increase of the total efficiency using the Atkinson cycle in the spark ignition engine*, Journal of KONES Powertrain and Transport, Vol.16, No. 2, 2009.
 88. Sun Y., Sun S., Xu J., Guo D., *A unified method of generating tool path based on multiple vector fields for CNC machining of compound NURBS surfaces*, Computer-Aided Design 91, 2017, 14-26, <https://doi.org/10.1016/j.cad.2017.04.003>.
 89. Ust Y., Arslan F., Ozsari I., Cakir M., *Thermodynamic performance analysis and optimization of DMC cogeneration system by considering exergetic performance coefficient and total exergy output criteria*, Energy, Volume 90, Part 1, October 2015, 552-559, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.07.081>.
 90. US Patent n^o336505 din 16.02.1886.
 91. US Patent n^o2670595 din 19.10.1949.
 92. Wang Y., Lin L. Roskilly A., Zeng S. Huang J., He Y., Huang X., Huang H., Wei H., Li S., Yang J., *An analytic study of applying Miller cycle to reduce NO_x emission from petrol engine*, Elsevier Ltd, 2007.
 93. Wang Y., Zu B., Xu Y., Wang Z., Liu J., *Performance analysis of a Miller cycle engine by an indirect analysis method with sparking and knock in consideration*, Energy Conversion and Management, Volume 119, 1 July 2016, 316-326, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.03.083>.
 94. Wu B., Zhan Q., Yu X., Lv G., Nie X., Liu S., *Effects of Miller cycle and variable geometry turbocharger on combustion and emissions in steady and transient cold process*, Applied Thermal Engineering, Volume 118, 25 May 2017, 621-629, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.02.074>.
 95. Yingjie Z., Liling G., *Adaptive tool-path generation on point-sampled surfaces*, Precision Engineering 35 (4), 2011, 591-601, DOI: 10.1016/j.precisioneng.2011.04.002.
 96. Yan B., Wang H., Zheng Z., Qin Y., Yao M., *The effects of LIVC Miller cycle on the combustion characteristics and thermal efficiency in a stoichiometric operation natural gas engine with EGR*, Applied Thermal Engineering, Volume 122, 25 July 2017, 439-450, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.04.121>.
 97. Yates A., *The Atkinson cycle revisited for improved part-load fuel efficiency?*, N&O JOERNAAL, april 1991.
 98. Zhu S., Deng K., Liu S., Qu S., *Comparative analysis and evaluation of turbocharged Dual and Miller cycles under different operating conditions*, Energy, Volume 93, Part 1, 15 December 2015, 75-87, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.09.028>.
 99. Zakovorotny V. L., Gvindjilia V. E., *Influence of Kinematic Perturbations on Shape-generating Movement Trajectory Stability*, Procedia Engineering 206, 2017, 157-162, DOI: 10.1016/j.proeng.2017.10.453.
 100. Zammit J. P., McGhee M. J. Shayler P. J., Lawa T., Pegg I., *The effects of early inlet valve closing and cylinder disablement on fuel economy and emissions of a direct injection diesel engine*, Energy, Volume 79, 1 January 2015, 100-110, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.10.065>.
 101. Zhou B., Zhao J., Li L., *CNC double spiral tool-path generation based on parametric surface mapping*, Computer-Aided Design 67-68, 2015, 87-106, DOI: 10.1016/j.cad.2015.06.005.
 102. Zhao J., *Research and application of over-expansion cycle (Atkinson and Miller) engines – A review*, Applied Energy, Volume 185, Part 1, 1 January 2017, 300-319, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.10.063>.